

25-2-2019

# De Rekenmachine



**Hoe werkt de rekenmachine en  
hoe is deze ontstaan?**

Stefan Vuijst (9823) en Sander Huizinga (12220)  
Havo 5  
CS VINCENT VAN GOGH LARIKS

## Inhoudsopgave

|                                                                                              |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Introductie van het onderwerp .....                                                          | 2  |
| 1. Hoe is de rekenmachine ontstaan? .....                                                    | 3  |
| Algemeen.....                                                                                | 3  |
| Het berekenen van sommen van prehistorie tot nu .....                                        | 4  |
| Voorgangers van de hedendaagse rekenmachine .....                                            | 5  |
| Het telraam ( $\pm 1000$ v.Chr.) .....                                                       | 5  |
| De Antikythera ( $\pm 140$ tot $80$ v.Chr.) .....                                            | 7  |
| De Bones of Napier ( $\pm 1617$ ) .....                                                      | 9  |
| De rekenliniaal ( $\pm 1620$ ) .....                                                         | 11 |
| De werking van de rekenliniaal .....                                                         | 12 |
| De Pascaline ( $\pm 1645$ ) .....                                                            | 16 |
| Stepped Reckoner ( $\pm 1672$ ) .....                                                        | 17 |
| De Arithmometer ( $\pm 1887$ ) .....                                                         | 18 |
| De Addiator (1887) .....                                                                     | 19 |
| De Comptometer ( $\pm 1920$ ) .....                                                          | 21 |
| De Z3 ( $\pm 1941$ ) .....                                                                   | 22 |
| Moderne soorten rekenmachines .....                                                          | 23 |
| 2. Hoe werkt de rekenmachine? .....                                                          | 24 |
| De onderdelen van de rekenmachine .....                                                      | 26 |
| Het moederbord.....                                                                          | 26 |
| De toetsen .....                                                                             | 28 |
| Het display .....                                                                            | 29 |
| Binaire getallen.....                                                                        | 29 |
| Assemblercode .....                                                                          | 30 |
| Newton-Raphson.....                                                                          | 31 |
| 3. Hoe zal de rekenmachine er in de toekomst uitzien? .....                                  | 33 |
| 4. Wat heeft de rekenmachine voor invloed op het onderwijs? .....                            | 35 |
| De invloed van de rekenmachine op het onderwijs in Nederland tussen nu en de jaren 50? ..... | 35 |
| De grafische rekenmachine online .....                                                       | 35 |
| Toepassingen voor onderwijs.....                                                             | 36 |
| Samenvatting.....                                                                            | 37 |
| Bijlage .....                                                                                | 37 |
| Nawoord .....                                                                                | 38 |

## Introductie van het onderwerp

Het leek ons interessant om de rekenmachine te kiezen als onderwerp voor ons profielwerkstuk. Naast de werking van de rekenmachine, hebben we ons verdiept in een stuk geschiedenis van de rekenmachine. Ook hebben we onderzocht welke toepassingen er mogelijk zijn binnen de huidige maatschappij. Bijna dagelijks moet je wel iets uitrekenen. Meestal doe je dit uit je hoofd, maar in sommige gevallen is het makkelijk om er even een rekenmachine bij te pakken, ofwel de app in je mobieltje. Een rekenmachine is niet meer uit onze maatschappij weg te denken. Denk bijvoorbeeld aan de supermarkt. Je legt de boodschappen op de band en met hetzelfde gemak worden deze gescand en staan de bedragen direct daarna netjes onder elkaar opgeteld op je kassabon; een stuk techniek waar niemand meer bij stilstaat.

Het leek ons een goed idee om ook eens een rekenmachine open te schroeven en te kijken hoe deze er van binnen uit ziet. Toen we de binnenkant zagen, leek het ons lastig om de elektronica van de rekenmachine te gaan beschrijven. We hebben er daarom voor gekozen dit technische onderdeel zo veel mogelijk te beperken in ons profielwerkstuk.

Daarom wordt in dit profielwerkstuk 'het ontstaan' wat meer uitgelicht dan de werking. Ook vonden wij het wel interessant om ook eens te gaan kijken naar wat men van de rekenmachines kan verwachten in de toekomst. Als je namelijk bedenkt dat de eerste mechanische rekenmachine pas 400 jaar geleden ontworpen is, moet je je dan eens voorstellen hoe de rekenmachine er in het jaar 2419 uit zal komen te zien.

Tenslotte zullen we ingaan op de invloed van rekenmachines binnen het onderwijs. Elke scholier heeft tegenwoordig een rekenmachine die hij of zij dagelijks mee naar school neemt. Maar heeft de rekenmachine wel een positieve invloed op de ontwikkeling van de scholieren?

Omdat dit werkstuk gaat over een nogal theoretisch onderwerp hebben wij voornamelijk op internet gezocht naar informatie over de rekenmachines. Deze informatie hebben we met elkaar vergeleken en beschreven in dit werkstuk. Ook hebben we sommige oude rekenmachines zelf gebruikt om uit te vinden hoe ze werken.

In dit werkstuk nemen we je mee door de geschiedenis van de rekenmachine en laten we zien hoe het kan dat de rekenmachine is zoals die nu is. Je zult merken dat er achter dat kleine apparaatje met een paar knopjes meer techniek zit dan je in eerste instantie zou verwachten.

# 1. Hoe is de rekenmachine ontstaan?

## Algemeen

Je kent het wel, je staat in de supermarkt bij de kassa. De persoon voor je is aan het betalen dus jij bent alvast aan het uitrekenen hoeveel je ongeveer zal moeten gaan betalen. Of je bent op je werk en je moet voor je opdrachtgever iets uitrekenen. In veel van deze gevallen zijn de sommen die je uit moet rekenen dusdanig gecompliceerd dat je met hoofdrekenen niet zo ver komt. Neem het voorbeeld van de supermarkt. Als je twee of drie producten hebt gaat dit nog wel. Maar stel, je hebt meer dan 20 producten op de band liggen. Dan gaat het niet zo makkelijk meer. Er zit dan maar één ding op: je pakt je een rekenmachine om de som uit te rekenen.

Inmiddels is de rekenmachine een alledaags gebruiksvoorwerp geworden. Dit is niet altijd zo geweest. Heel lang geleden had men nog apparaten zoals een telraam of een rekenliniaal om sommen uit te rekenen en nog langer geleden rekende men door middel van streepjes op rotsen. Moet je je voorstellen dat je dagelijks nog met een telraam zou lopen om een som uit te rekenen. Dit zou allemaal een stuk lastiger worden.

Op 22 april 1592 werd de Duitse astronoom en wiskundige Wilhelm Schickard geboren.<sup>1</sup> Hij studeerde natuurwetenschappen aan de universiteit van Tübingen. Nadat hij deze studie had afgerond ging hij theologie en Oosterse talen studeren. In 1619 ging hij lesgeven als hoogleraar Hebreeuws aan de universiteit van Tübingen. Dit heeft hij elf jaar gedaan. Na deze elf jaar ging hij lesgeven in de astronomie. Dit deed hij ook aan de universiteit van Tübingen. Hij was zo ook betrokken bij het ontwikkelen van verschillende machines om astronomische berekeningen mee te doen.<sup>2</sup>



Een reconstructie van het ontwerp die Wilhelm Schickard had

Zo was hij ook van plan om een rekenhorloge te maken. Het probleem was echter wel dat hij hem niet af heeft kunnen maken doordat een brand zijn apparaat had verwoest.

De rekenmachine die hij ontworpen had, moest getallen op kunnen tellen en af kunnen trekken. Als het getal dat je uit wilde rekenen te groot of te klein was voor de rekenmachine ging er een belletje rinkelen.<sup>3</sup>

In 1645 werd de eerste mechanische rekenmachine gemaakt door Blaise Pascal. Deze rekenmachine kreeg de naam 'de Pascaline'. Dit was overigens ook de eerste rekenmachine die ook echt werkte. Het bijzondere van de Pascaline was dat deze niet alleen kon optellen en aftrekken, maar ook nog eens kon vermenigvuldigen en delen. Blaise Pascal maakte deze rekenmachine omdat hij vond dat zijn vader, die bij de belastingdienst werkte, te veel moest rekenen.<sup>4</sup>

In 1820 werd de eerste rekenmachine gemaakt die in massaproductie zijn gemaakt. Dit was de Arithmometer. De Arithmometer kon ook getallen optrekken, aftrekken, delen en vermenigvuldigen. Later in dit verslag zullen we de verschillende voorgangers van de hedendaagse rekenmachine wat verder uitlichten.<sup>5</sup>

<sup>1</sup> [https://nl.wikipedia.org/wiki/Wilhelm\\_Schickard](https://nl.wikipedia.org/wiki/Wilhelm_Schickard)

<sup>2</sup> <https://historiek.net/uitvinder-mechanische-rekenmachine-wilhelm-schickard/21025/>

<sup>3</sup> <https://historianet.nl/techniek/uitvindingen/wanneer-kwam-de-eerste-rekenmachine>

<sup>4</sup> <https://nl.wikipedia.org/wiki/Pascaline>

<sup>5</sup> <https://nl.wikipedia.org/wiki/Rekenmachine>

De eerste programmeerbare rekenmachine kwam pas in 1941. Dit was de Z3 van Konrad Zuse. Dit apparaat werkte d.m.v. een grote computer die binaire getallen bij elkaar op kon tellen en van elkaar af kon trekken. Dit apparaat is steeds doorontwikkeld tot het uiteindelijk dusdanig compact was dat je het overal heen mee kon nemen.

## Het berekenen van sommen van prehistorie tot nu

In 1592 werd de eerste rekenmachine uitgevonden die ongeveer op dezelfde manier werkt zoals de rekenmachine die wij nu kennen. De rekenmachine had knopjes waaraan je kon draaien om het antwoord te krijgen op je berekening. Maar hoe rekende men de lastige berekeningen uit voordat deze rekenmachine er kwam?

Al in de prehistorie probeerde men te rekenen. Zij rekenden door met een scherp voorwerp streepjes op stenen te zetten. Elk streepje stond voor het getal 1. Het probleem bij deze manier van rekenen was dat je al snel te weinig ruimte had om de streepjes neer te zetten. Ook was het lastig om met deze streepjes berekeningen te doen.

Hierdoor ging de mens op zoek naar betere manieren om getallen aan te geven. Zo werden kleine smalle stenen gebruikt voor het getal 1 en ronde stenen voor het getal 10.

Later gebruikte men verschillende andere soorten tekens om getallen weer te geven. Zo gaven de Egyptenaren getallen weer doormiddel van streepjes en tekeningen. Eén streepje stond dus voor het getal 1 en een lotusbloem bijvoorbeeld voor het getal duizend. De Romeinen gebruikten de I als getal 1 en de X als getal 10.

In andere werelddelen telde men door middel van kralen. Zo werd in China gerekend met de Abacus (ook wel het telraam genoemd) en in Afrika met kettingen waar kralen aan hingen. Het systeem van tellen met de getallen 1 tot en met 9 werd rond het jaar 200 bedacht in India.

Niet alleen verschilden de verschillende culturen in het weergeven van getallen, ze hadden ook verschillende manieren om berekeningen op te lossen.

In Rusland werd gebruik gemaakt van het verdubbelen en het halveren van een breuk of vermenigvuldiging.<sup>6</sup>

Dit betekende dat als zij bijvoorbeeld de som  $24 \times 12$  hadden. Ze het als volgt berekenden:

|  |                |              |                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|--|----------------|--------------|----------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|
|  |                |              |                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|  | 2              | 4            | ×              | 1 | 2 | = | ? |   |   |   |   |   |  |  |  |
|  | 4              | 8            | ×              | 6 | = | ? |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|  | 9              | 6            | ×              | 3 | = | ? |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|  | <del>192</del> | <del>×</del> | <del>1,5</del> |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |
|  | 1              | 9            | 2              | × | 1 | + | 9 | 6 | = | 2 | 8 | 8 |  |  |  |

In Egypte berekenden ze dezelfde som door telkens delen van het volledige getal te nemen en vervolgens de getallen bij elkaar op te tellen:

|  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|--|--|--|---|---|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
|  |  |  |   |   |   |   |   |   |   |   |   |  |  |  |  |
|  |  |  | 2 | 4 | × | 1 | 2 | = | ? |   |   |  |  |  |  |
|  |  |  |   | 1 | × | 1 | 2 | = | 1 | 2 |   |  |  |  |  |
|  |  |  |   | 2 | × | 1 | 2 | = | 2 | 4 |   |  |  |  |  |
|  |  |  |   | 4 | × | 1 | 2 | = | 4 | 8 |   |  |  |  |  |
|  |  |  |   | 8 | × | 1 | 2 | = | 9 | 6 |   |  |  |  |  |
|  |  |  | 1 | 6 | × | 1 | 2 | = | 1 | 9 | 2 |  |  |  |  |
|  |  |  | 2 | 4 | × | 1 | 2 | = | 2 | 8 | 8 |  |  |  |  |

<sup>6</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=CceQwWJ6vrs>

## Voorgangers van de hedendaagse rekenmachine

De rekenmachine zoals je hem nu kent bestaat nog niet heel lang. Men heeft in het verleden een hoop uitvindingen gedaan waarmee toch snel berekeningen gedaan konden worden. Een aantal van deze voorwerpen (rekenmachines) zullen we behandelen in de volgende hoofdstukken:

### Het telraam (± 1000 v.Chr.)

Circa duizend jaar voor Christus kwam men in China op het idee om gaten in kralen te boren om ze vervolgens aan een rietstengel te rijgen en hiermee te rekenen. Later werden de kralen door hout of metaal geregen. Men deed deze kralen met metaal in een houten bakje en het resultaat daarvan was het telraam. De Abacus wordt tot op de dag van vandaag nog steeds gebruikt in Aziatische landen zoals China en Japan.

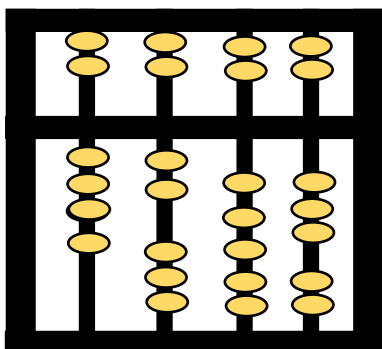
De Abacus wordt gezien als de voorloper van de computer. De Abacus-rekenaars zijn in vergelijking met een computer vaak nog sneller in het uitvoeren van een berekening dan rekenaars die met een rekenmachine werken. Met de abacus kun je zowel optellen en aftrekken als vermenigvuldigen en delen.<sup>7</sup>

De Chinese Abacus wordt ook wel de Suanpan genoemd. De Suanpan gebruik je als volgt:

De Suanpan bestaat uit een soort raamwerk met een aantal staven waaraan, aan de bovenkant, twee boven kralen zitten bevestigd en aan de onderkant nog vijf onder kralen. Tussen de twee rijen met kralen zit de midden balk. Je kunt getallen creëren door de kralen tegen de midden balk aan te schuiven. De boven kralen staan voor het getal vijf en de onder kralen voor het getal één. Dus, als je bijvoorbeeld het getal 6 wil maken, dan moet je een boven kraal, die een waarde van vijf heeft, en een onder kraal, die de waarde van één heeft, naar het midden schuiven.

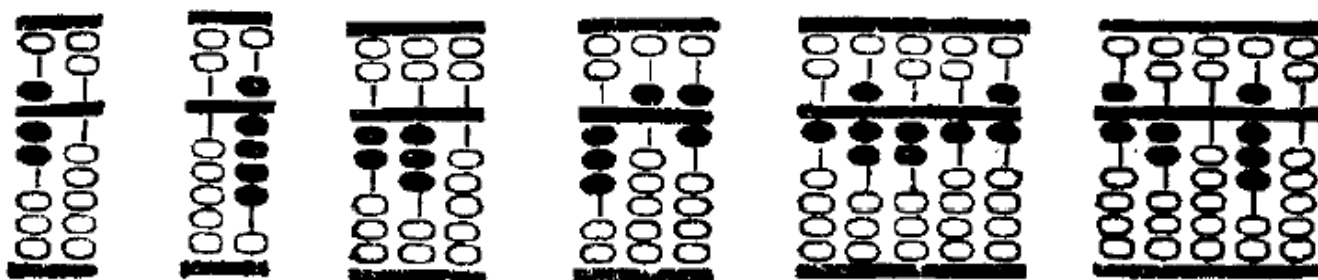
Als je een getal wil maken die groter is dan 10, dan schuif je aan de ene kant de vijftallen naar het middelpunt toe en aan de andere kant de enkele kralen. Dus als je bijvoorbeeld het getal 42 op de Abacus wilt zetten, dan breng je 4 onder kralen naar het midden op de eerste rij en je twee kralen naar het midden in de tweede rij.<sup>8</sup>

Zie de afbeelding hieronder van de Suanpan.



<sup>7</sup> <http://ictgeschiedenis.tripod.com/ict/id9.html>

<sup>8</sup> <http://www.k2abacus.nl/diensten?id=20>



De antwoorden van de afbeeldingen hierboven zijn van links naar rechts:  
70, 9, 230, 356, 17.216 en 62080

Voor het rekenen met de abacus gebruik je drie vingers. De duim beweegt de onder kraal naar boven, de wijsvinger de boven kraal naar beneden en de middelvinger de boven kraal zowel naar boven als naar beneden. Met de andere vingers wordt voornamelijk geprobeerd de vermijden dat de kralen worden geraakt.<sup>9</sup>

Er bestaan verschillende soorten telramen die allemaal op ongeveer dezelfde manier worden gebruikt:

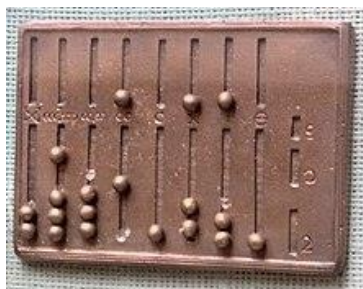
1. Soroban<sup>10</sup> (Japan)
2. Rekenrek
3. Romeins telraam
4. Suanpan
5. Het Russische telraam



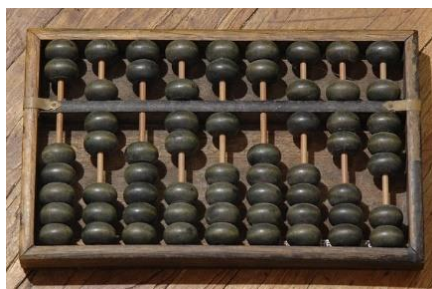
Afbeelding 1



Afbeelding 2



Afbeelding 3



Afbeelding 4



Afbeelding 5

<sup>9</sup> <http://www.k2abacus.nl/diensten?id=20>

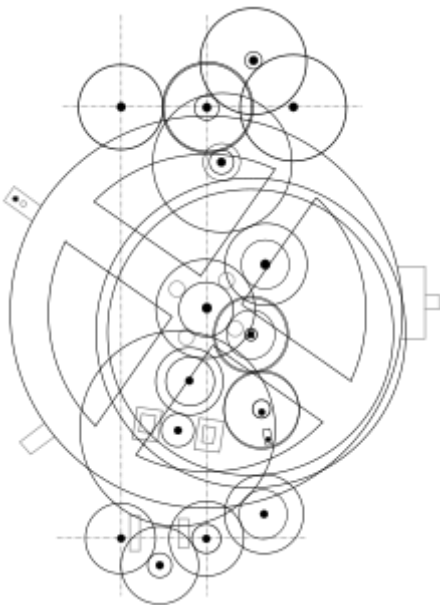
<sup>10</sup> <https://nl.wikipedia.org/wiki/Soroban>

## De Antikythera (± 140 tot 80 v.Chr.)

De Antikythera is een oud astronomisch instrument dat gemaakt werd rond het jaar 140 voor Christus. De Antikythera is ontdekt in 1901 toen door duikers in een oud gezonken schip, vlak bij het Griekse eiland Antikythera, werd gezocht naar oude waardevolle spullen. Zij troffen hier een oud bronzen apparaat aan dat door corrosie was aangetast. Het apparaat bestond uit 35 tandwielen die met elkaar in verbinding stonden. Helaas zijn er van deze 38 tandwielen maar 29 gevonden. Het grootste tandwiel had een doorsnee van 14 centimeter. Na wat verder onderzoek bleek dat men met dit voorwerp vroeger veel astronomische berekeningen uit kon voeren. Zo kon men ermee uitrekenen wanneer de volgende zonsverduistering plaats zou vinden. Ook kon het apparaat de belangrijke data van evenementen bijhouden. Het apparaat hield de data bij voor de volgende evenementen:<sup>11</sup>

1. De Istmische Spelen van Korinthe
2. De Pythische Spelen in Delphi
3. De Spelen van Naa in Dodona
4. De Olympische Spelen in Olympia

Het apparaat werkt door een bepaald mechanisme waarbij verschillende lagen van gegraveerde platen en tandwielen over elkaar heen draaien. De tandwielen waren met elkaar verbonden zoals in de tekening hieronder is afgebeeld:



De grootte van de rondjes die de tandwielen draaide konden zo informatie over de stand van de zon, de maan en vier van de toen bekende planeten geven.

Aan beide zijanten van de Antikythera zaten wijzerplaten waar je de informatie van af kon lezen. Een maanwijzer gaf de maanfasen weer, een andere wijzer gaf informatie over de opkomst en de ondergang van de voornaamste heldere sterren. Het was zo geavanceerd dat een datum ingevoerd kon worden met behulp van het aantal draaischrijven waarna de gewenste informatie op de

---

<sup>11</sup> [https://nl.wikipedia.org/wiki/Mechanisme\\_van\\_Antikythera](https://nl.wikipedia.org/wiki/Mechanisme_van_Antikythera)

wijzerplaten getoond werd. Ook kon dit andersom worden uitgevoerd door de wijzer op een gebeurtenis te zetten en dan kon de bijbehorende datum afgelezen worden.<sup>12</sup>

Eigenlijk is de Antikythera een van de eerste rekenmachines omdat men er berekeningen mee kon uitvoeren. Het waren niet het soort berekeningen als men tegenwoordig vaak doet maar toch kon je ermee uitrekenen hoeveel dagen het zou duren voordat een bepaald evenement plaats zou vinden. Ook stonden er door de grote hoeveelheid tandwielen verschillende onderdelen met elkaar in verbinding waardoor ze goed samen konden werken. In de rekenmachine werken ook veel onderdelen samen om een berekening uit te kunnen voeren.<sup>13</sup>

Het Antikythera Mechanism Research Project heeft onderzoek gedaan naar waar de Antikythera officieel vandaan komt. Zij suggereerden dat de Antikythera mogelijk afkomstig is uit een van de koloniën van Korinthe. Dit suggereerden zij omdat binnen in de Antikythera een spiraal zat die geïdentificeerd was als afkomstig uit een van de koloniën van Korinthe. Ook kon deze spiraal komen uit Noordwest-Griekenland of Sicilië. Doordat de Antikythera per schip vervoerd werd is het uiteindelijk op de bodem van de zee bij het eiland Antikythera terecht gekomen.<sup>14</sup>

Het bedrijf X-Tek heeft in 2006 onderzoek gedaan naar de Antikythera. Het apparaat bestaat nu uit 82 brokstukken.<sup>15</sup>



<sup>12</sup> [https://nl.wikipedia.org/wiki/Mechanisme\\_van\\_Antikythera](https://nl.wikipedia.org/wiki/Mechanisme_van_Antikythera)

<sup>13</sup> Algemene informatie: Module geschiedenis van de informatica Havo 5

<sup>14</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/Antikythera\\_mechanism](https://en.wikipedia.org/wiki/Antikythera_mechanism)

<sup>15</sup> [https://nl.wikipedia.org/wiki/Mechanisme\\_van\\_Antikythera](https://nl.wikipedia.org/wiki/Mechanisme_van_Antikythera)

## De Bones of Napier (±1617)

In het jaar 1617 bedacht de Schotse Wiskundige John Napier een manier om doormiddel van stokjes grote getallen te kunnen vermenigvuldigen. De Bones of Napier zijn stokjes met bovenaan een getal erop. Deze getallen kunnen verschillen van het getal 0 tot en met het getal 9. Onder dit getal zitten 8 vakjes. In elk vakje staan 2 getallen met een schuine streep ertussen.<sup>16</sup>Als je een vermenigvuldiging wilt uitrekenen pak je de stokjes die je nodig hebt en leg je ze vervolgens in de juiste volgorde.

Als je met het getal 425 wilt rekenen pak je een stokje met boven aan het getal 4, een stokje met het getal 2 en een stokje met het getal 5.

Als je bijvoorbeeld een getal als 16283 wilt vermenigvuldigen met 8 dan doe je dat als volgt:

Je pakt de benodigde stokjes en legt ze in de juiste volgorde neer. Zie de voorbeelden hieronder.<sup>17</sup>

|   |   |     |     |     |     |
|---|---|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 1 | 6   | 2   | 8   | 3   |
| 2 | 2 | 1 2 | 4   | 1 6 | 6   |
| 3 | 3 | 1 8 | 6   | 2 4 | 9   |
| 4 | 4 | 2 4 | 8   | 3 2 | 1 2 |
| 5 | 5 | 3 0 | 1 0 | 4 0 | 1 5 |
| 6 | 6 | 3 6 | 1 2 | 4 8 | 1 8 |
| 7 | 7 | 4 2 | 1 4 | 5 6 | 2 1 |
| 8 | 8 | 4 8 | 1 6 | 6 4 | 2 4 |
| 9 | 9 | 5 4 | 1 8 | 7 2 | 2 7 |

Vervolgens kijk je naar het achtste hokje en tel je de getallen als volgt bij elkaar op:

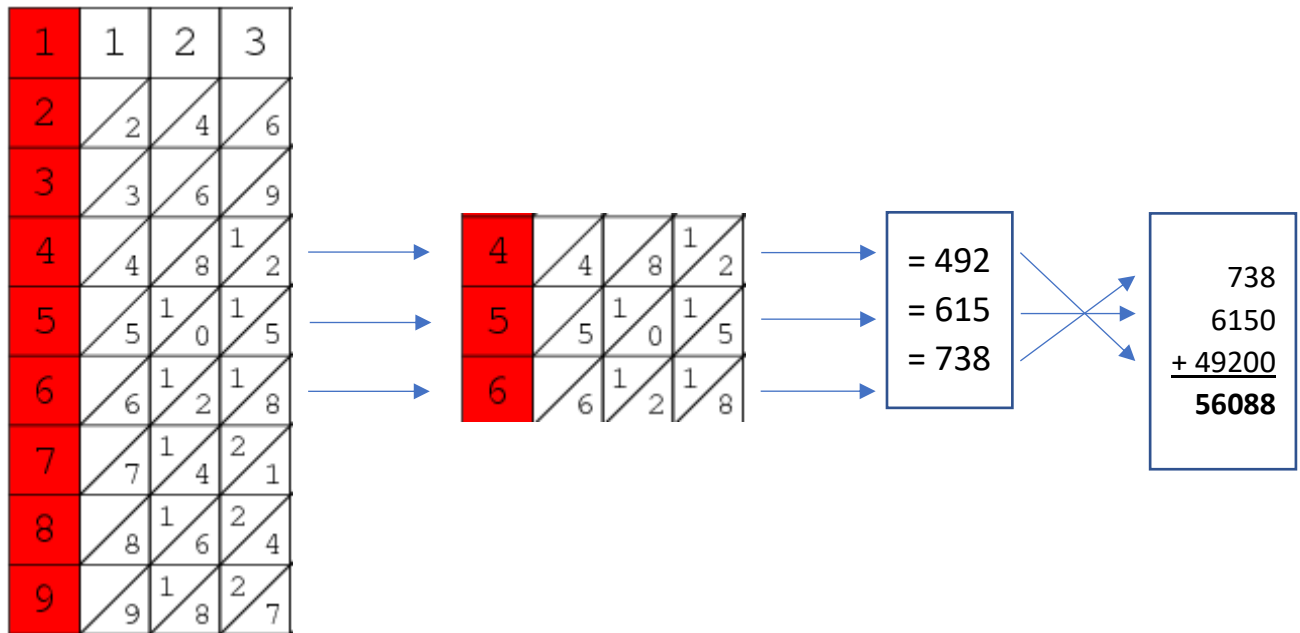
|   |   |     |     |     |     |
|---|---|-----|-----|-----|-----|
| 1 | 1 | 6   | 2   | 8   | 3   |
| 2 | 2 | 1 2 | 4   | 1 6 | 6   |
| 3 | 3 | 1 8 | 6   | 2 4 | 9   |
| 4 | 4 | 2 4 | 8   | 3 2 | 1 2 |
| 5 | 5 | 3 0 | 1 0 | 4 0 | 1 5 |
| 6 | 6 | 3 6 | 1 2 | 4 8 | 1 8 |
| 7 | 7 | 4 2 | 1 4 | 5 6 | 2 1 |
| 8 | 8 | 4 8 | 1 6 | 6 4 | 2 4 |
| 9 | 9 | 5 4 | 1 8 | 7 2 | 2 7 |

|                                           |    |     |    |    |
|-------------------------------------------|----|-----|----|----|
| 8                                         | 4  | 1   | 6  | 2  |
| 8                                         | 8  | 6   | 4  | 4  |
| =12                                       | =9 | =12 | =6 | =4 |
| 4 + 60 + 1200 + 9000 + 120000<br>= 130264 |    |     |    |    |

<sup>16</sup> [https://en.wikipedia.org/wiki/Napier%27s\\_bones](https://en.wikipedia.org/wiki/Napier%27s_bones)

<sup>17</sup> [https://www.youtube.com/watch?v=GXkQWZ77b\\_4](https://www.youtube.com/watch?v=GXkQWZ77b_4)

Het berekenen van grotere vermenigvuldigingen doe je als volgt:  
 Neem  $123 \times 456$

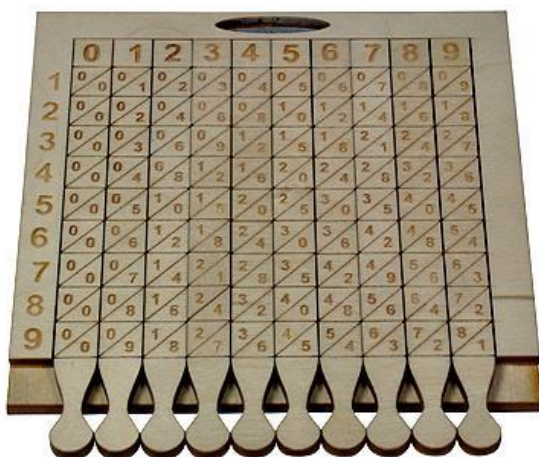


Eerst leg je de verschillende stokjes (bones) in de volgorde zoals hierboven afgebeeld staat. Dan lees je per rij af welke waarden elke vermenigvuldiging heeft. Zo krijg je de volgende antwoorden:

5.  $4 \times 123 = 492$
6.  $5 \times 123 = 615$
7.  $6 \times 123 = 738$

Omdat de vijf en de vier op de verticale rij van de bones tien- en honderdtallen zijn moet je er nullen bij optellen. Dus 615 wordt 6150 en 492 wordt 49200. Als je 49200, 6150 en 738 bij elkaar optelt kom je uit op 56088.  $123 \times 456$  is dus 56088.

Naast de Bones of Napier heeft John Napier nog een aantal uitvindingen gedaan binnen de wiskunde zoals de logaritme.



## De rekenliniaal (±1620)

Een rekenliniaal is een analoog wiskundig instrument waarmee men berekeningen uit kan voeren. Samen met de logaritmische tafel en een handboek met de meest voorkomende wiskundige functies, vormde de rekenliniaal tot circa 1980 het basis gereedschap van technici, natuurkundigen en ingenieurs.

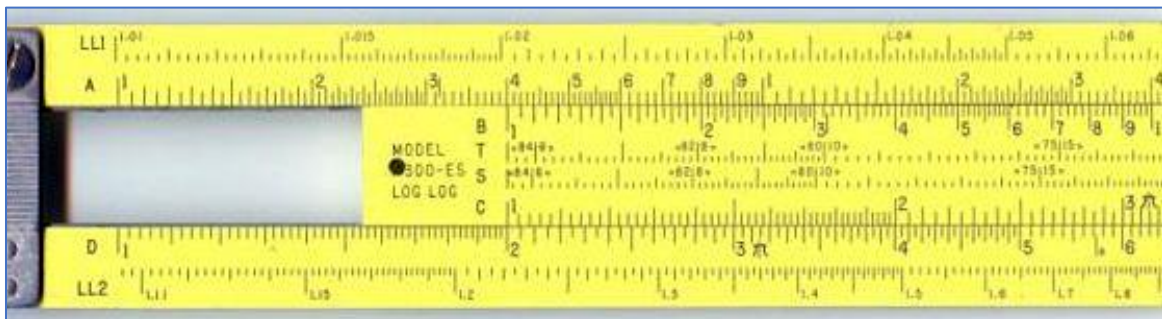
De nauwkeurigheid van de rekenliniaal wordt bepaald door het kleinste van de schaal af te lezen verschil. Verder heeft ook het materiaal invloed op de nauwkeurigheid van de liniaal. De nauwkeurigheid kan worden beïnvloed door luchtvochtigheid, temperatuur en de nauwkeurigheid van de opdruk op de rekenliniaal.

De eenvoudigste rekenliniaal bestaat uit twee ten opzichte van elkaar glijdende lijnen.

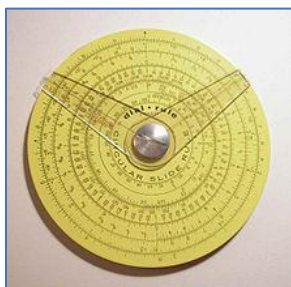
De twee buitenkanten van de rekenliniaal zitten aan elkaar vast. Deze twee delen worden ook wel het lichaam genoemd. Tussen het lichaam zit nog een beweegbaar gedeelte die men kan verschuiven. Dit gedeelte wordt de tong genoemd. Op de tong en het lichaam is dezelfde logaritmische schaalverdeling aangebracht. Omdat je met de rekenliniaal ook erg makkelijk de uitkomsten van logaritmen kunt zien, wordt de rekenliniaal ook wel de logaritmische liniaal genoemd.

In een rekenliniaal zijn er altijd meerdere schalen. Een schaal is de reeks getallen die op één rij op de rekenliniaal liggen. Op de bovenzijde van de tong staan meestal de logaritmische schalen A en B tegenover elkaar en op de onderzijde van de tong staan de onderling identieke schalen C en D tegenover elkaar, die ook een decade beslaan. De schalen A en B zijn aangeduid met  $x^2$  en C en D met  $x$ .

Verder bevindt er een doorzichtige schuif, de looper of cursor, met daarop een verticale lijn, de cursorstreep. Hierdoor kan men voor een getal op de ene schaal het getal op de andere schaal aflezen op dezelfde horizontale positie.<sup>18</sup>



Op de bovenstaande afbeelding is duidelijk te zien dat de rekenliniaal bestaat uit drie delen. Het bovenste en onderste gedeelte heet het lichaam en het middelste gedeelte is de tong. Het grijze gedeelte aan de tong is het gedeelte van de cursor of looper. Hieraan bevindt zich een cursorstreep.



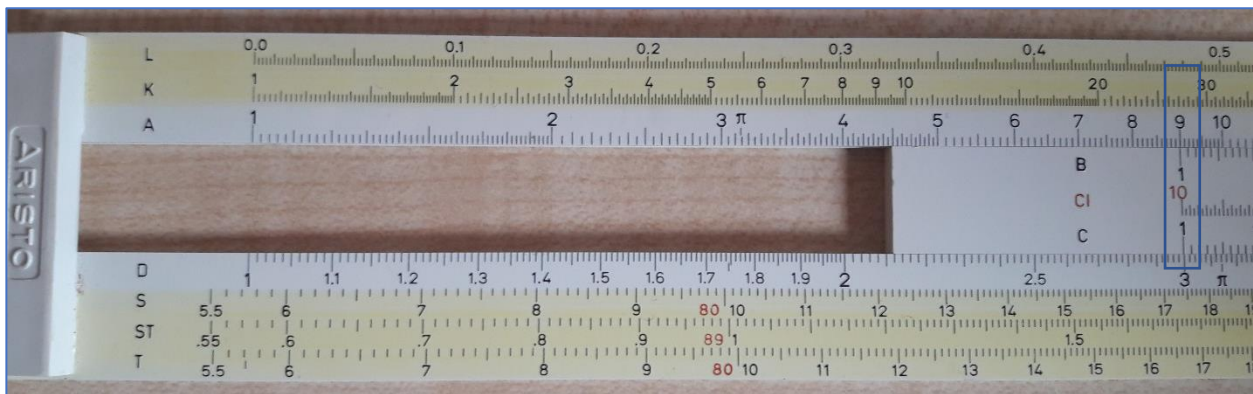
Een rekenschijf is een cirkelvormige uitvoering van de rekenliniaal. Deze heeft als voordeel dat er geen delen van de tong buiten de liniaal komen. Hiernaast is een voorbeeld te zien van een rekenschijf.

<sup>18</sup> <https://nl.wikipedia.org/wiki/Rekenliniaal>

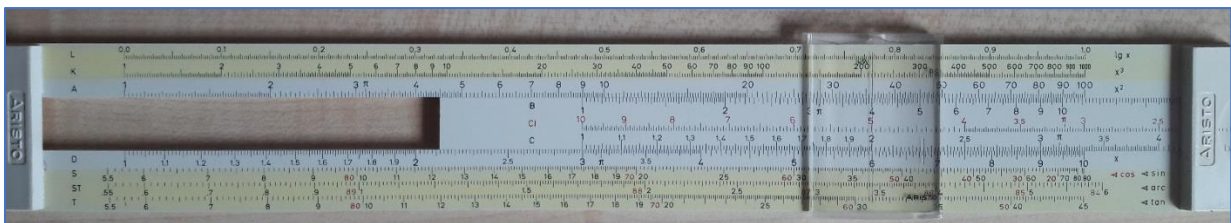
## De werking van de rekenliniaal

Met de rekenliniaal kan men alle getallen snel en efficiënt uitrekenen. Als je kijkt naar de rekenliniaal dan zie je aan de linkerkant verschillende letters staan. Op de tong van de rekenliniaal staan de letters B, Cl en C. Voor het berekenen van vermenigvuldigingen kijken we alleen naar de C. Onder de C staat de letter D op het lichaam van de rekenliniaal. Door deze rijen, ook wel schalen genoemd) ten opzichte van elkaar te verschuiven kun je vermenigvuldigen doen. Als je bijvoorbeeld het getal 2 wilt vermenigvuldigen met het getal 3 dan doe je dat als volgt:

Schuif de tong net zo ver naar rechts dat uiteindelijk de 1 van de C-schaal boven de 3 van de D-schaal ligt zoals je kunt zien op het onderstaande plaatje:<sup>19/20</sup>



Vervolgens breng je het doorzichtige plaatje met de zwarte streep in het midden, die ook wel de looper genoemd wordt, naar de 2 op de C-schaal:



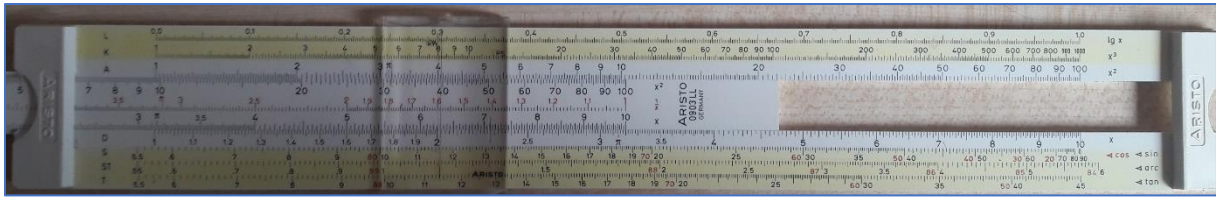
Als je dit hebt gedaan kun je op de D-lijn aflezen dat  $3 \times 2 = 6$ .

Het uitrekenen van grotere getallen is wat ingewikkelder. Dit doe je als volgt:

Als je het getal 32 bijvoorbeeld wilt vermenigvuldigen met het getal 63 dan schuif je de tong van de rekenliniaal naar links totdat de 10 op de C-schaal boven de 3,2 op de D-schaal ligt. Dit doe je omdat je 32 en 64 niet passen als je de looper naar rechts schuift. Je schuift de looper naar de 6,3 op de C-schaal en leest af dat op de D-schaal 2,016 ligt. Maar omdat je niet 3,2 of 6,3 uitrekent maar 32 en 63 moet je het antwoord nog keer  $10^2$  doen. Hieruit volgt het getal 201,6 maar omdat je de tong van de rekenliniaal naar links hebt geschoven in plaats van naar rechts moet je het antwoord nog eens vermenigvuldigen met 10. Hieruit volgt 2016. Dus het antwoord op de som  $32 \times 63 = 2016$

<sup>19</sup> [http://www.fisme.science.uu.nl/nwd/nwd2014/handouts/Poelje\\_nwd3.pdf](http://www.fisme.science.uu.nl/nwd/nwd2014/handouts/Poelje_nwd3.pdf)

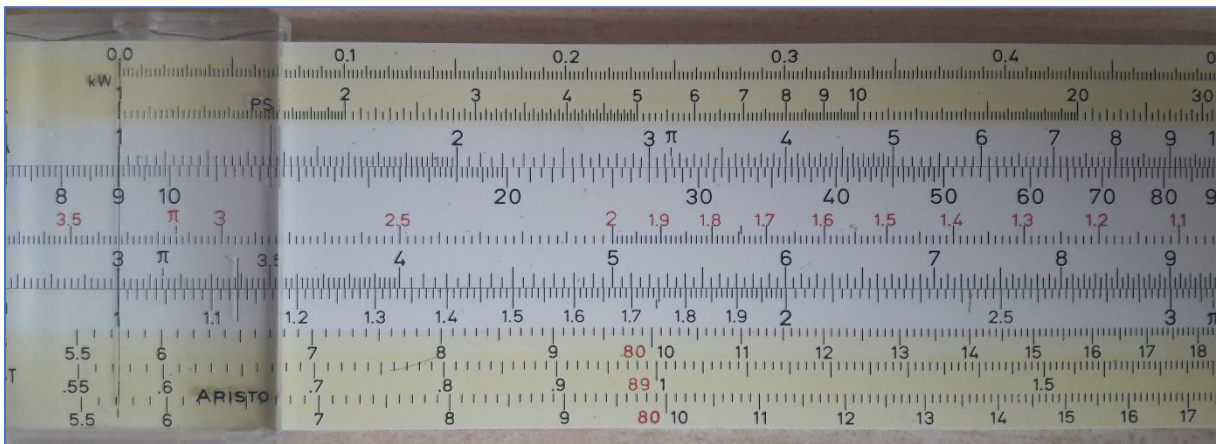
<sup>20</sup> [http://www.jeaninedaems.nl/wp-content/uploads/2014/08/hoewerktderekenliniaalPYTHAGORAS\\_JG55\\_No5.pdf](http://www.jeaninedaems.nl/wp-content/uploads/2014/08/hoewerktderekenliniaalPYTHAGORAS_JG55_No5.pdf)



Maar met de rekenliniaal kun je niet alleen vermenigvuldigen maar ook nog delen. Dit doe je als volgt:

Neem bijvoorbeeld de som  $9 \div 3$

Schuif de mond van de rekenliniaal naar links totdat het getal 9 op de C-schaal boven de 3 op de D-schaal ligt. Schuif de looper naar de 1 op de D-schaal. Zo zie je dat op de C-schaal boven de 1 het getal 3 staat. Dus  $9 \div 3 = 3$ .

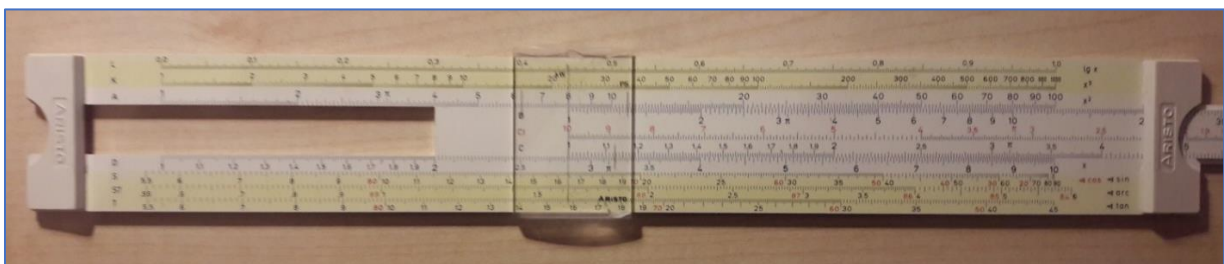


Grotere getallen kun je ook op elkaar delen op de rekenliniaal. Dit doe je als volgt:

Neem bijvoorbeeld het getal 4250 dat je deelt door het getal 15.

Zet de 1,5 op de C-schaal boven de 4,25 op de D-schaal. Zet de looper op de 1 van de D-schaal zoals op het plaatje hieronder is afgebeeld

Lees af welke waarde dit is. Omdat je je vorige antwoorden hebt gedeeld door duizend en door tien moet je nu je antwoord vermenigvuldigen met honderd. Zo kom je op een antwoord van 283



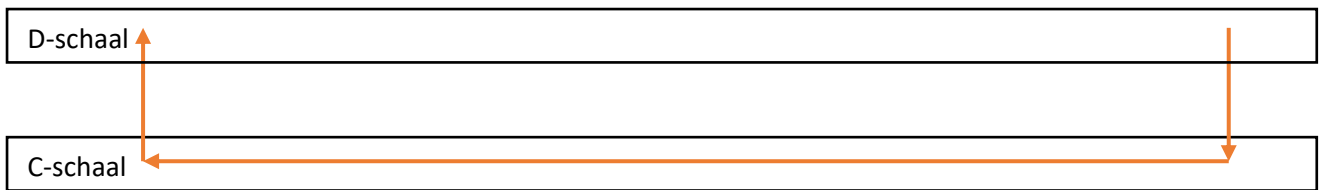
Met de rekenliniaal kun je niet alleen vermenigvuldigen en delen. Je kunt er bijvoorbeeld ook kwadratische vergelijkingen en wortelvergelijkingen mee oplossen. Ook is het mogelijk de uitkomsten van logaritmen te zien op de rekenliniaal. Naast de D- en de C-schalen op de rekenliniaal waar je mee kunt vermenigvuldigen en kunt delen zie nog meer schalen met heel schaalverdelingen dan die van de C- en de D-schalen. Met deze schalen kun je bijvoorbeeld kwadratische vergelijkingen en logaritmen oplossen.

De werkingen van de overige schalen op de rekenliniaal staan kort beschreven in het tabelletje hieronder:<sup>21</sup>

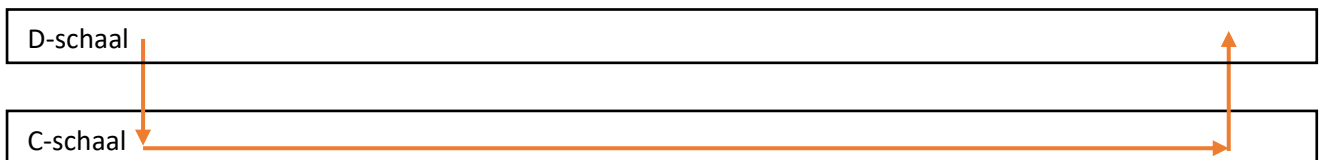
| Schaal | Functie                  | Gebruik                                                                                | Voorbeeldsom                              |
|--------|--------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|
| A      | $X^2$                    | Kwadratenschaal voor schaal D                                                          | $2^2 = 4$                                 |
| AI     | $1/X^2$                  | Het kwadraat gedeeld door 1 voor schaal A                                              | $1/4^2 = \frac{1}{16}$                    |
| B      | $X^2y$                   | Kwadratenschaal voor schaal C                                                          | $4^2 = 16$                                |
| C      | $xy$                     | Basisschaal van de tong                                                                | $4 \times 4 = 16$                         |
| CI     | $1/x$                    | De waarde op de C-schaal gedeeld door 1                                                | $1 \div 4 = \frac{1}{4}$                  |
| D      | $X$                      | Basisschaal op het lichaam                                                             | $3 \times 3 = 9$                          |
| K      | $X^3$                    | Kubieke schaal voor D                                                                  | $2^3 = 8$                                 |
| L      | $\log X$                 | Logaritme schaal van schaal C                                                          | $\log(3) = 0,48$                          |
| LL1    | $e^{0,01x}$              | Log-log schaal                                                                         | $e^{0,01 \times 9} = 1,1$                 |
| LL2    | $e^{0,1x}$               | Log-log schaal                                                                         | $e^{0,1 \times 9} = 2,5$                  |
| LL3    | $e^x$                    | Log-log schaal                                                                         | $e^9 = 8103,1$                            |
| P      | $\sqrt{1 - (0,1x)^2}$    | Pythagorasschaal, om de sinus van een hoek rechtstreeks naar zijn cosinus om te zetten | $\sqrt{1 - (0,1 \times 9)^2} = 0,44$      |
| S      | $\sin / \cos 0,1x$       | Sinusschaal voor hoeken tussen 5,7 en 90 graden                                        | $\cos(0,1 \times 9) = 1$                  |
| ST     | $\sin / \tan 0,01x$      | Sinus/tangensschaal voor hoeken tussen 0,57 en 5,7 graden                              | $\sin(0,01 \times 9) = 1,6 \cdot 10^{-3}$ |
| T<45   | $\tan / \cot < 45^\circ$ | Tangensschaal voor hoeken kleiner dan $45^\circ$                                       | $\tan(42) = 0,9$                          |

<sup>21</sup> [https://nl.wikipedia.org/wiki/Rekenliniaal#Wiskundige\\_achtergrond\\_en\\_gebruik](https://nl.wikipedia.org/wiki/Rekenliniaal#Wiskundige_achtergrond_en_gebruik)

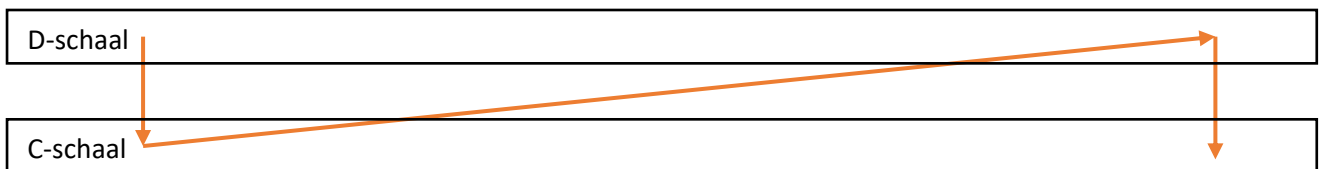
Je ziet dat er een verband bestaat tussen het delen en het vermenigvuldigen op de rekenliniaal. Bij het delen reken je als het ware volgens een patroon die er als volgt uit ziet:



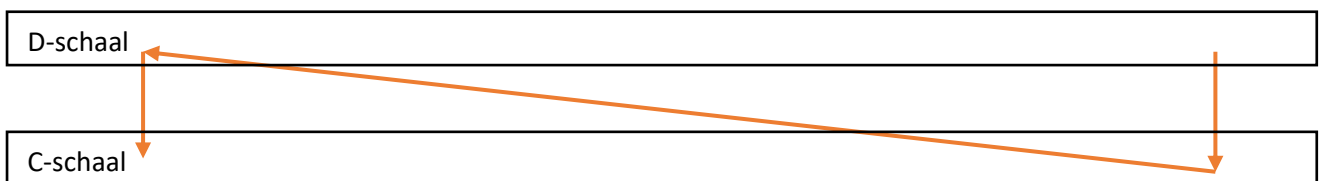
Of



In bij vermenigvuldigen reken je volgens een patroon die er zo uit ziet:



Of



## De Pascaline (±1645)

De eerste mechanische rekenmachine werd in 1645 bedacht en ontworpen door de zoon van een Franse belastingambtenaar genaamd Blaise Pascal. Hij zag dat zijn vader dag in dag uit druk bezig was met het uitvoeren van berekeningen en heeft daar een oplossing voor bedacht. Blaise Pascal was overigens een buitengewoon slim persoon. Hij is niet alleen bekend om zijn rekenmachine, maar ook met zijn bijdrage aan de wiskunde.<sup>22</sup> Bovendien heeft Blaise Pascal bijgedragen aan de projectieve meetkunde. Isaac Newton heeft geschreven dat hij veel te danken heeft aan Blaise Pascal. Totaal heeft het bedenken en het maken van de Pascaline zo'n 3 jaar lang geduurd. Pascal begon in 1642 en eindigde in 1645 aan dit project.

Blaise Pascal kwam op het idee om deze rekenmachine te ontwikkelen vanwege het vele rekenwerk dat zijn vader als belastingambtenaar moest doen. In totaal maakte Pascal vijftig van deze rekenmachines, waarvan er nog een paar in Parijs te vinden zijn.<sup>23</sup>

De Pascaline kan echter alleen optellen en aftrekken. Dit kan de Pascaline door het draaien van de wieltjes die in deze machine bevestigd zijn. Bovenop de Pascaline zitten 6 wielen bevestigd waaraan men kan draaien om het antwoord op een som te krijgen in de zes hokjes die op het bovenste gedeelte van de Pascaline te vinden zijn. Op het plaatje hiernaast zie je hoe de Pascaline er aan de binnenkant uit ziet. Je ziet dat aan de onderkant een aantal tandwielen zitten en aan de bovenkant witte cilinders met getallen erop. Na elke omwenteling gaat een cilinder een stukje verder draaien. Zo verschijnt het volgende getal. De Odometer, die je af en toe nog ziet in oudere auto's, is gebaseerd op de werking van de Pascaline, deze werd later vervangen door de digitale kilometerteller.<sup>24</sup>



<sup>22</sup> <http://www.martinvanneck.nl/de-mensen-achter-de-computer-2/blaisse-pascal-1623-1662-bouwer-van-de-eerste-werkende-mechanische-rekenmachine/>

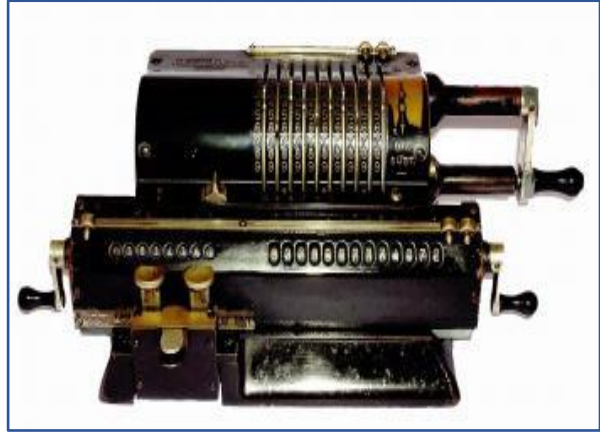
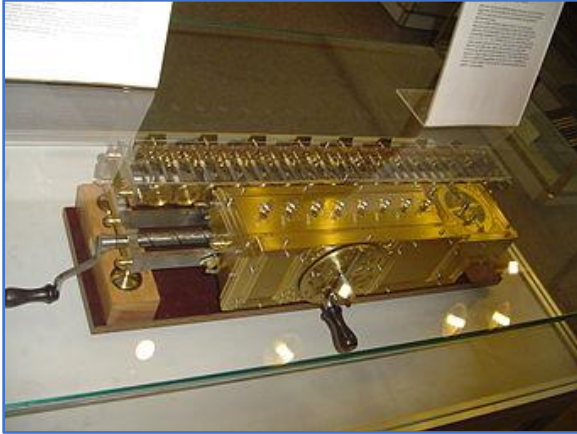
<sup>23</sup> <https://nl.wikipedia.org/wiki/Pascaline>

<sup>24</sup> <https://historianet.nl/techniek/uitvindingen/wanneer-kwam-de-eerste-rekenmachine>

## Stepped Reckoner (±1672)

Gottfried Leibniz was een Duitse wiskundige en filosoof die vooral bekend is geworden door het maken van een van de eerste rekenmachines. Hij heeft zijn rekenmachine gemaakt tussen 1672 en 1694. Ook heeft hij andere wiskundige termen bedacht zoals de X- en de Y-as, integraal en differentiaal rekenen en de afgeleiden daarvan.<sup>25</sup>

De rekenmachine van Gottfried Leibniz kon vermenigvuldigen, optellen, delen en aftrekken.



Omdat Gottfried Leibniz een fout had gemaakt in het draagmechanisme van zijn ontwerp werd zijn rekenmachine als onbetrouwbaar gezien. Gottfried Leibniz heeft twee prototypen gemaakt. Eén daarvan is vandaag de dag nog steeds te zien in de nationale bibliotheek van Hannover.<sup>26</sup>

Op de rechter foto hierboven is de Leibnizwiel weergegeven. Dit was een veel kleinere versie van de rekenmachine die Gottfried Leibniz heeft gemaakt. De Leibnizwiel werd gedurende 200 jaar in veel rekenmachines gebruikt. In 1950 is zelfs nog een moderne versie van de Leibnizwiel verschenen.

Deze heet de Curta rekenmachine.<sup>27</sup>

Gottfried Leibniz kwam op het idee om een rekenmachine te maken nadat hij de Panees van Pascal las. Deze schreef Blaise Pascal nadat hij de Pascaline gemaakt had.

De rekenmachine van Gottfried Leibniz was een klein mechanisch apparaatje die je kon bedienen door aan een hendel, aan het uiteinde, te draaien. Het aantal windingen die je maakt is het getal waarmee je vermenigvuldigt. Je kunt door het apparaatje op te schuiven grotere getallen vermenigvuldigen.<sup>28</sup>

In het bovenste gedeelte van de rekenmachine zit een cilindervormige staaf waaraan rondom steeds langere staafjes zitten bevestigd. Deze staaf zit bij de Leibnizwiel binnen in cilinder die bovenop bevestigd zit. Bij het draaien van de cilinder telt het apparaat de staafjes die het tegenkomt en geeft zo de uitkomst van de som. Het apparaat voert vermenigvuldigingen uit door herhaald getallen op te tellen en het deelt door herhaald getallen af te trekken.

Nadat Gottfried Leibniz zijn mechanische rekenmachine gemaakt had volgden er nog meer mensen die een rekenmachine maakten die volgens hetzelfde principe werkten.

In 1775 werd de rekenmachine voor reparatie naar de universiteit van Göttingen gestuurd. Zij vergaten echter hem terug te geven. De Stepped Rockner heeft ruim een eeuw op een zolderkamer

<sup>25</sup> <https://www.mira.be/artikels/2017-01-historik-over-gottfried-wilhelm-leibniz>

<sup>26</sup> [https://nl.wikipedia.org/wiki/Gottfried\\_Wilhelm\\_Leibniz](https://nl.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Wilhelm_Leibniz)

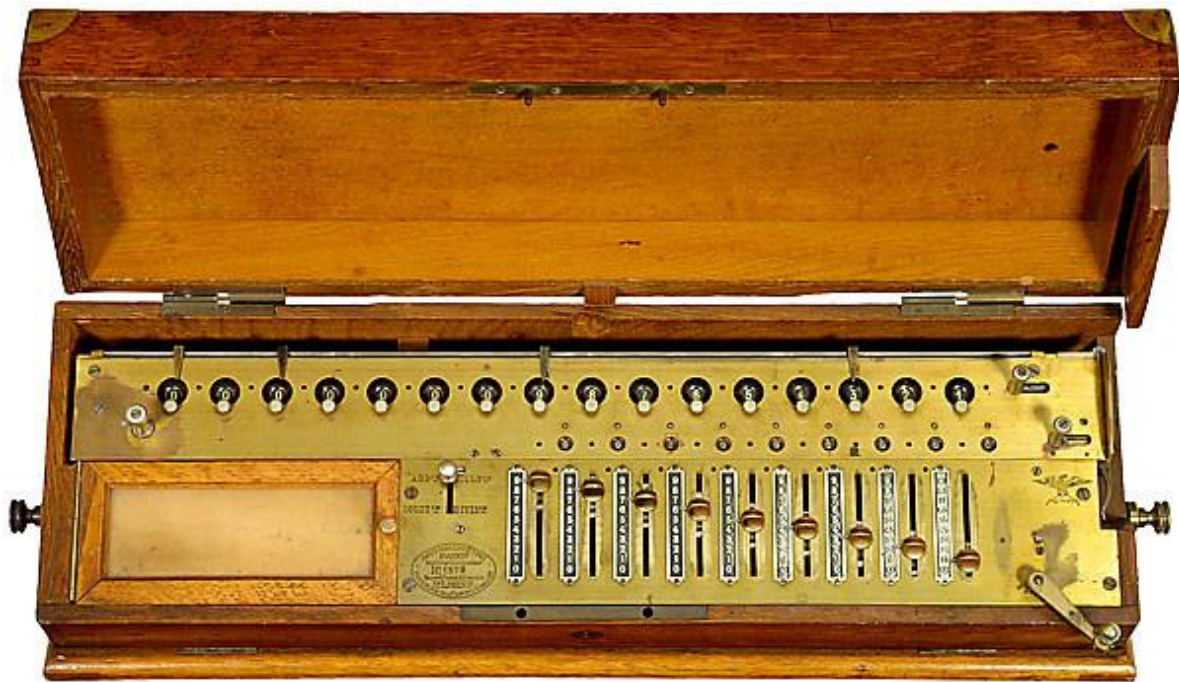
<sup>27</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=fhUfRleRSZE>

<sup>28</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=XJhOvSeju-w>

van de universiteit van Göttingen gelegen. In 1880 werd de rekenmachine ontdekt en teruggestuurd naar Hannover.

### De Arithmometer (±1887)

De Arithmometer is de eerste rekenmachine waarvan er meer dan één zijn gemaakt. Hij is ontworpen en gemaakt door de Fransman Thomas de Colmar. De rekenmachine kon gemakkelijk delen, vermenigvuldigen, optellen en aftrekken. Deze rekenmachine was erg geliefd omdat het betrouwbaar en nauwkeurig was. Veel verschillende bedrijven bouwden klonen van de Arithmometer rond de Eerste Wereldoorlog.<sup>29</sup> De Arithmometer werkt als volgt:<sup>30</sup>



Door de schuifjes aan de onderkant te verplaatsen kun je een getal invoeren. Het meest rechtse schuifje is voor de enkele getallen, één schuifje naar links is voor de tientallen, nog een schuifje naar links is voor de honderdtallen en ga zo maar door. Links naast de schuifjes zit een hendeltje die je naar boven en naar beneden kunt bewegen. Als je dit hendeltje naar boven doet kun je de getallen optellen en vermenigvuldigen. Als je het hendeltje naar beneden doet kun je de getallen aftrekken en delen. Als je het getal 45 bijvoorbeeld wilt optellen bij 23 dan doe je dat als volgt: Je zet alle schuifjes op nul behalve de meest rechtse twee. De meest rechtse hiervan zet je op vijf en de andere zet je op 4. Vervolgens draai je de knop rechts van de schuifjes 360 graden en zo verschijnt het getal 45 op je schermje bovenaan in beeld. Als dit getal verschijnt maak je met de schuifjes het getal 23 en draai je de knop nog eens 360 graden. Als het goed is verschijnt zo het getal 68.

<sup>29</sup> <https://en.wikipedia.org/wiki/Arithmometer>

<sup>30</sup> <https://schooltv.nl/video/de-arithmometer-een-mechanische-rekenmachine/>

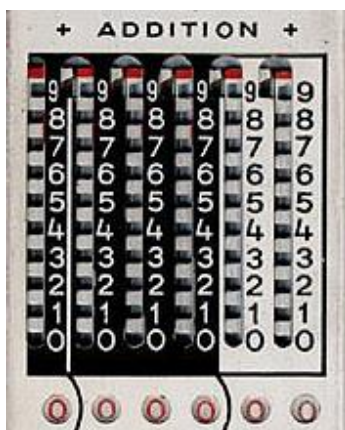
Als je het getal 75 wilt delen door 15 dan doe je dat als volgt:

Eerst moet je ervoor zorgen dat de hendel aan de linkerkant naar beneden staat en vervolgens maak je met de schuifjes het getal 75. Eerst draai je de knop 360 graden zodat bovenaan het getal 75 verschijnt. Daarna schuif je het getal 15 naar boven en draai je 5 keer aan de knop. Vervolgens schuif je het plaatje waar de cijfers op staan naar rechts en draai je nog een keer aan de knop. Zo verschijnt het getal 3.

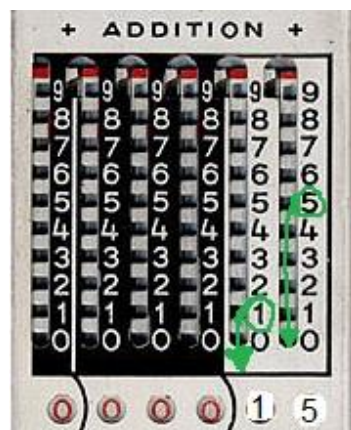
### De Addiator (1887)

De Addiator is een handmachine die kan worden gebruikt voor het optellen en aftrekken van sommen. Deze handmachine bestaat uit twee delen: onder en boven. Onder wordt gebruikt voor het aftrekken van sommen en wordt weergegeven met de rode kleur. Het andere deel, bovenste, wordt gebruikt voor het optellen van sommen en wordt weergegeven met de grijze kleur.<sup>31</sup>

De werking van de Addiator is vrij eenvoudig. Wat je nodig hebt voor het rekenen met de Addiator is een soort van pennetje dat zich aan de zijkant van deze hand machine bevindt. Als je bijvoorbeeld twee getallen bij elkaar wilt optellen dan gebruik je het grijze gedeelte van de Addiator. Neem als voorbeeld de som  $15 + 23$ . De eerste stap is met het pennetje het getal 15 invoeren doormiddel van de verticale rijen aan de rechterkant naar beneden te schuiven bij het getal 1 en 5. De tweede stap is het getal 23 erbij op te tellen door ook nu de getallen 2 en 3 in de verticale rijen naar beneden te schuiven. Als je dit gedaan hebt komt het getal 38 eruit als antwoord. (Dit voorbeeld is gebaseerd op het gebruik van de Arithma Addiator. Deze kan verschillen t.o.v. andere soorten Addiators, maar de basis is hetzelfde). Hieronder op de afbeeldingen is stap 1,2 en 3 weergegeven.<sup>32/33</sup>



Stap 1



Stap 2



Stap 3

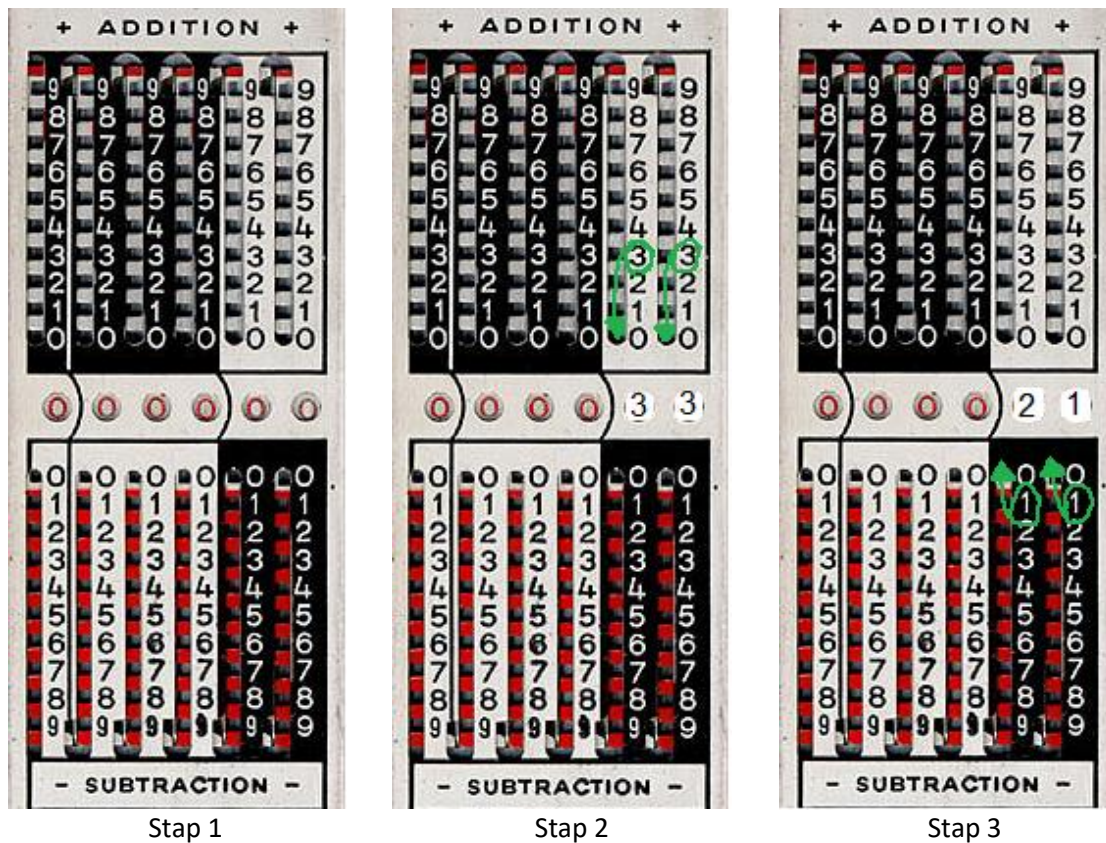
Als je nu een andere som wilt gaan uitvoeren dan moet de Addiator eerst resetten. Dit gaat met behulp van het uittrekken van het hendeltje aan de bovenkant van de Addiator.

Voor het aftrekken van sommen gebruik je beide delen van de Addiator. Dus zowel het grijze als het rode gedeelte. Neem als voorbeeld de som  $33 - 11$ . De eerste stap die moet worden uitgevoerd is het getal 33 plaatsen. Dit doe je door in het grijze gedeelte 3 en 3 in de verticale rijen aan de rechterkant te verschuiven. De tweede stap is het getal 11 af te trekken van 33. Dit wordt gedaan door in het rode gedeelte de 1 en 1 omhoog te schuiven aan de rechterzijde van de Addiator. Je zult zien dat het getal 21 tevoorschijn komt. Hieronder is het weergegeven met behulp van afbeeldingen.

<sup>31</sup> <https://nl.wikipedia.org/wiki/Addiator>

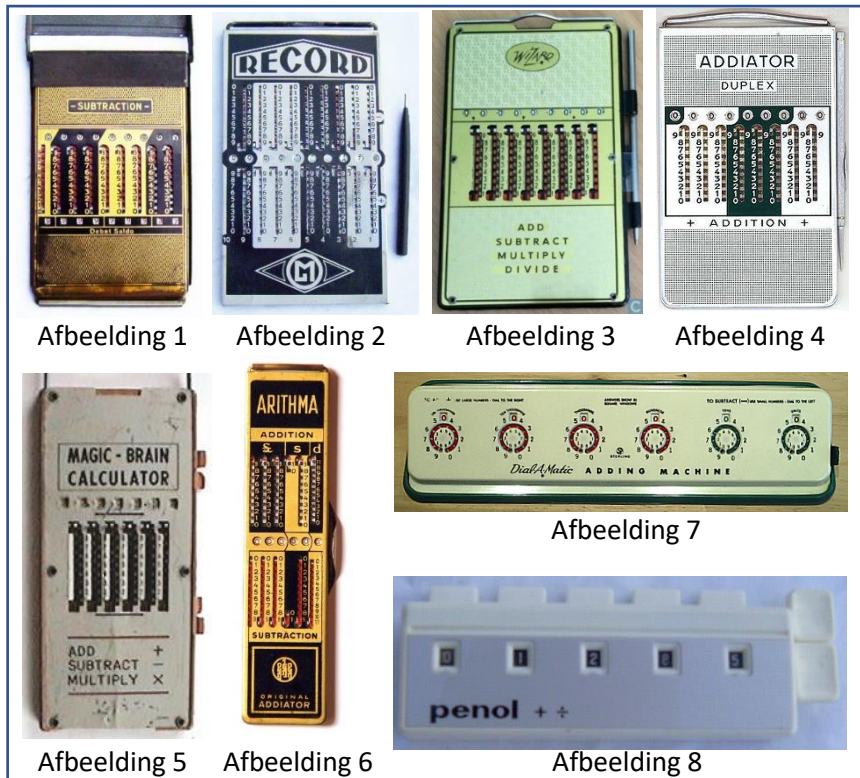
<sup>32</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=bwvGRpl-yYU>

<sup>33</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=2mv45XP48bQ>



Van de Addiator zijn er verschillende soorten gemaakt waarmee gerekend kan worden. Hieronder volgt een lijst met de soorten Addiators:<sup>34</sup>

1. Addimult Saldor
2. Record LM
3. Wizard
4. Addiator Duplex
5. Magic- Brain Calculator
6. Arithma
7. Sterling Dial-A-Matic
8. Penol Mini Calculator



<sup>34</sup> <https://www.vierkantvoorwiskunde.nl/sikkepit/Rekenapparaten%20klein.html>

## De Comptometer (±1920)

De Comptometer is de eerste rekenmachine waarmee je sommen uit kon rekenen door op knopjes te drukken. Het apparaat is in 1920 op de markt gebracht door het bedrijf Felt & Tarrant. Omdat men slechts een keer op een knop hoefde te drukken om een cijfer toe te voegen of af te trekken, kon men snel getallen invoeren in de Comptometer. Hierdoor was de Comptometer meestal sneller dan andere elektronische rekenmachines.

Helaas werden veel Comptometers maar beperkt gebruikt in het begin van de 20<sup>e</sup> eeuw.

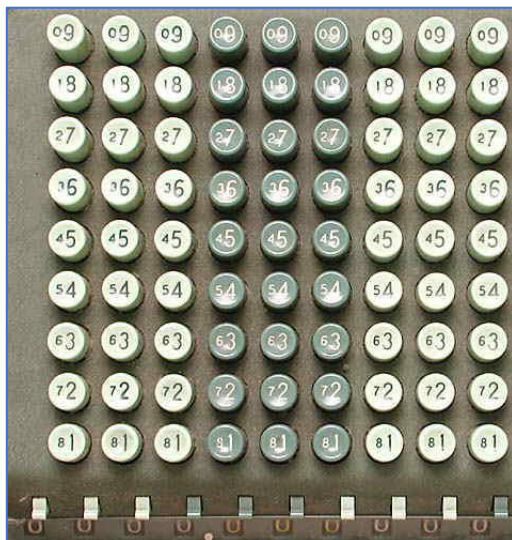
Toch werd het apparaat continu verbeterd. De mechanische versies werden zo sneller en betrouwbaarder. Vooral de ANITA MARK VII van Sumlock Comptometer zorgde voor een link tussen de mechanische rekenmachines, die men maakte, en de elektronica.

De Comptometer kon optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Het toetsenbord bestond uit acht of meer kolommen met elk negen toetsen. Ook werden er speciale Comptometers gemaakt die konden rekenen met valutawissels, tijden en gewichten. Een voorbeeld hiervan is de Sterling currency calculator. Deze rekenmachine kon met de Britse valuta rekenen.

De Comptometer was een relatief klein apparaat voor die tijd. Het apparaat was 31 centimeter breed, 37,5 centimeter lang en 15 centimeter hoog.

De hoeveelheid knopjes is op bijna elke Comptometer verschillend. Elke Comptometer heeft minstens acht rijen met elk 9 knopjes.

Met de hendel aan de zijkant van het apparaat kan de Comptometer gereset worden.<sup>35</sup>



Op de Comptometer moet je de getallen van rechts naar links lezen. Helemaal rechts staan de laagste cijfers, één plekje naar links opgeschoven staan de tientallen en nog een plekje naar links staan de honderdtallen. Voor het optellen van twee getallen moeten de knopjes met de getallen die je bij elkaar op wilt tellen ingedrukt worden. Zo verschijnt onderin het antwoord op je som.

Voor het vermenigvuldigen van twee getallen moet je een aantal keer het getal wat je vermenigvuldigen wilt indrukken.

Voor de som  $15 \times 7$  uit te rekenen moet je 7 keer de 5 knop in de meest rechtse rij indrukken en 7 keer de 1 in de rij ernaast.<sup>36/37/38/39</sup>

<sup>35</sup> <https://en.wikipedia.org/wiki/Comptometer>

<sup>36</sup> <http://www.vintagecalculators.com/html/comptometer.html>

<sup>37</sup> [http://www.vintagecalculators.com/html/operating\\_a\\_comptometer.html](http://www.vintagecalculators.com/html/operating_a_comptometer.html)

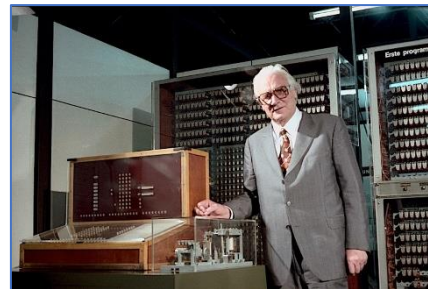
<sup>38</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=Pf4nYUXJHnk>

<sup>39</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=SbJpufimfdM>

## De Z3 (±1941)

De Z3 was de eerste werkende programmeerbare computer ter wereld. Hij is ontworpen en gebouwd door Konrad Zuse in 1941. De Z3 maakt gebruik van het binaire stelsel voor berekeningen. De Z3 is niet meer in originele staat terug te vinden. Dit komt doordat de Z3 vernietigd is tijdens het bombardement van Berlijn gedurende de Tweede Wereldoorlog. In de jaren 60 is er een replica gemaakt van de Z3 en deze is terug te zien in München.<sup>40/41</sup>

Het ontwikkelen van de Z3 heeft zes jaar in totaal geduurd. Het proces begon bij het ontwikkelen van de voorloper van de Z3. Dit exemplaar wordt ook wel de Z1 genoemd. De ontwikkeling van de Z1 heeft van 1935 tot 1938 geduurd. Later werd hierop de Z3 gebaseerd die in 1941 gebruiksklaar was. Het grote verschil tussen de Z1 en Z3 is dat deze veel betrouwbaarder was dan de Z1. Ook maakte de Z3 gebruik van exception handling.<sup>42</sup> Exception handling is een constructie of mechanisme dat werkt via een programmeertaal. Met deze programmeertaal kan de constructie (de Z3) de berekeningen uitvoeren. De Z3 werkt bijna hetzelfde als de rekenmachines die we nu gebruiken. De Z3 was alleen veel groter en bestond uit verschillende kasten met processors erin.



De Z3 had als speciale eigenschap dat het klokfrequentie<sup>43</sup> van 5,3 hertz had. Dit betekent dat de Z3 5,3 keer per seconde een signaal af kon lezen, informatie over kon schrijven of informatie kon verwerken. De Z3 kon een optelsom uitrekenen in gemiddeld 0,8 seconden. Een vermenigvuldiging deed de Z3 in circa 3 seconden.

In de Z3 zitten ruim 2600 relais. Een relais is een door elektromagneten bediende schakelaar die een willekeurig aantal schakelcontacten kan openen of sluiten.<sup>44</sup> Een relais kan door elektromagneten door een spoel heen te halen vermogen omzetten. Zo kan van een kleine hoeveelheden vermogen vergroten naar grote hoeveelheden. Het totale vermogen van de Z3 was ongeveer 4000 Watt. Dit is ook wel nodig omdat de Z3 veel vermogen nodig had om te kunnen functioneren.

De Z3 was niet bepaald een lichte computer zoals we die nu kennen. De Z3 woog namelijk ruim een ton.

Omdat de Z3 in de Tweede Wereldoorlog is vernietigd heeft Konrad Zuse een nieuwere versie gemaakt van de Z3. Deze noemde hij de Z4. De Z4 wordt gezien als een van de eerste computers ooit ontworpen. Konrad Zuse verkocht zijn Z4 aan de ETH in Zürich. Van het geld dat hij hiermee heeft verdiend heeft hij een bedrijf opgericht die zich bezighield met de seriebouw van zijn computers. Dit bedrijf noemde hij Zuse KG. Dit bedrijf is in 1967 overgenomen door Siemens.

<sup>40</sup> [https://nl.wikipedia.org/wiki/Z3\\_\(computer\)](https://nl.wikipedia.org/wiki/Z3_(computer))

<sup>41</sup> [https://nl.wikipedia.org/wiki/Konrad\\_Zuse](https://nl.wikipedia.org/wiki/Konrad_Zuse)

<sup>42</sup> [https://nl.wikipedia.org/wiki/Exception\\_handling](https://nl.wikipedia.org/wiki/Exception_handling)

<sup>43</sup> <https://www.google.nl/search?q=klokfrequentie+betekenis&oq=klokfreque&aqs=chrome.2.69i57j0l5.6119j0j7&sourceid=chrome&ie=UTF-8>

<sup>44</sup> <https://nl.wikipedia.org/wiki/Relais>

## Moderne soorten rekenmachines

Zoals je ziet heeft de rekenmachine, die je nu elke dag naar school of naar je werk meeneemt, een enorme transformatie ondergaan. Eerst waren de rekenmachines dusdanig groot dat je ze met geen mogelijkheid mee kon nemen. Tegenwoordig hebben wij zelfs de simpelste rekenmachines op onze mobiele telefoon. Het is immers ook erg makkelijk om snel even je mobiel, die je toch al elke dag bij je hebt, uit je broekzak te halen en er een berekening mee uit te voeren.

Toch gebruikt men tegenwoordig vaak nog wel gewoon een normale rekenmachine. Bij wiskunde op school gebruik je een grafische rekenmachine, bij natuurkunde gebruik je een wetenschappelijke rekenmachine en thuis gebruik je vaak een bureaurekenmachine.

Een aantal voorbeelden van rekenmachines die we tegenwoordig erg veel gebruiken staan in de tabel hieronder:<sup>45</sup>

| Afbeelding                                                                             | Soort rekenmachine              | Wat kun je ermee?                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.    | Financiële rekenmachines        | Naast het uitvoeren van simpele berekeningen hebben financiële rekenmachines functies waarmee ze op een eenvoudige manier conversies, rentepercentages, spreads en cashflows kunnen berekenen                                                                                                                                                      |
| 2.   | Grafische rekenmachines         | Grafische rekenmachines worden vooral op school gebruikt bij wiskunde. Ook kun je makkelijk meetkundige en statische berekeningen met de grafische rekenmachine uitvoeren. Ook kun je een grafiek plotten in deze rekenmachines                                                                                                                    |
| 3.  | Wetenschappelijke rekenmachines | Op de wetenschappelijke rekenmachines kunnen complexere sommen uitgerekend worden. Ook kunnen op de wetenschappelijke rekenmachines sommen worden uitgerekend met bijvoorbeeld de sinus, cosinus, tangens en met logaritmen. De wetenschappelijke rekenmachines worden op scholen veel gebruikt bij de vakken natuurkunde, scheikunde en economie. |
| 4.  | Rekenmachines met een telrol    | De rekenmachines met een telrol kunnen de sommen uitprinten. De positieve getallen komen er dan in het zwart uit en de negatieve getallen in het rood.                                                                                                                                                                                             |
| 5.  | Zakrekenmachines                | Dit zijn kleinere rekenmachines waar simpele berekeningen mee uitgerekend kunnen worden. Deze rekenmachines lijken het meest op de rekenmachines die je op je mobiele telefoon hebt.                                                                                                                                                               |
| 6.  | Bureaurekenmachines             | Bureaurekenmachines zijn rekenmachines die erg handig zijn op je bureau te hebben. Als je aan het werk bent en je moet snel iets uitrekenen kan dit makkelijk en snel op een bureaurekenmachine                                                                                                                                                    |

<sup>45</sup> <https://www.rekenmachines.nl/rekenmachines-vergelijken>

## 2. Hoe werkt de rekenmachine?

Het lijkt misschien een klein simpel apparaatje, maar in werkelijkheid is een rekenmachine helemaal niet zo simpel. Neem bijvoorbeeld dit kleine rekenmachientje hieronder:



Op het eerste gezicht ziet deze kleine rekenmachine er niet heel ingewikkeld uit. Maar wanneer je deze rekenmachine aan de achterkant openschroeft zie je dat in dit soort apparaatjes niet alleen maar een paar knopjes zitten maar dat er bijna een hele computer aan onderdelen aan de binnenkant zit:



Alle onderdelen die de rekenmachine nodig heeft om de berekeningen uit te voeren zijn zo klein dat ze met het blote oog amper te zien zijn. Bovendien kan deze rekenmachine alleen optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Moet je je voorstellen wat voor een techniek er dan wel niet aan de binnenkant van een wetenschappelijke of een grafische rekenmachine zit.

Als je een wetenschappelijke rekenmachine en een grafische rekenmachine openschroeft tref je het volgende aan:<sup>46</sup>



- De Arithmetic Logic Unit.
- Processor waarin zich de program counter bevindt.

<sup>46</sup> Foto: Stefan Vuijst

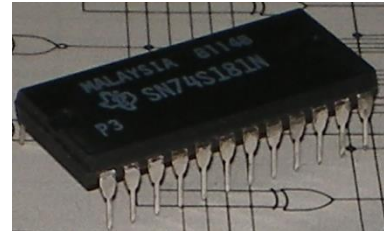
In deze paragraaf leggen we uit hoe dit apparaat zo snel berekeningen uit kan voeren. We focussen hierbij vooral op de onderdelen van de rekenmachine, de binaire getallen, de Assembler code en Newton-Raphson.

## De onderdelen van de rekenmachine

Bij de rekenmachines werken verschillende onderdelen samen om sommen uit te rekenen. Veel onderdelen zitten aan de binnenkant. Deze bevinden zich vaak op het moederbord. Daarnaast zitten er aan de buitenkant van de rekenmachine ook veel onderdelen die nodig zijn voor het uitvoeren van de berekeningen. Hierbij kun je denken aan onder andere de knopjes en het beeldscherm.

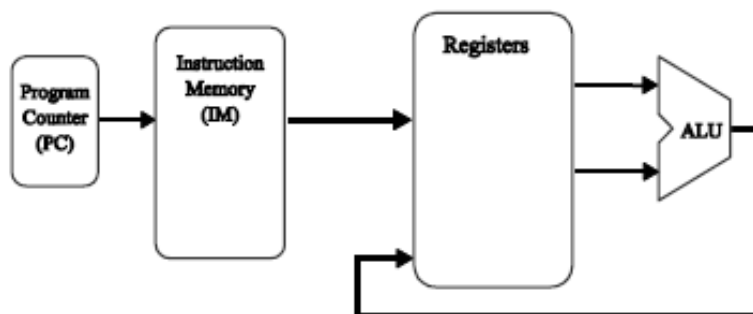
## Het moederbord

Als je de rekenmachine openschroeft zie je aan de binnenkant een vierkant groen plaatje. Dit plaatje is het moederbord van de rekenmachine. Op het moederbord zitten veel verschillende onderdelen bevestigd. Het belangrijkste onderdeel, dat op het moederbord bevestigd zit, is de 'Arithmetic Logic Unit'. Deze voert de berekeningen. Als een som met verschillende tussenberekeningen uitgevoerd moet worden, worden deze tussenberekeningen opgeslagen in de registers. Instructies in de Arithmetic Logic Unit kunnen de berekeningen uitvoeren. Daarnaast kunnen deze instructies berekeningen vervoeren door de rekenmachine. De uitgevoerde instructies worden opgeslagen op het instructiegeheugen. Een reeks instructies samen vormen de programma's. Programma's worden geschreven in 'Assembler'. Dit is een programmeertaal die door het apparaat gecontroleerd kan worden. Als het apparaat de code gecontroleerd heeft kan deze omgezet worden naar enen en nullen. De rekenmachine rekt namelijk volgens het binaire getallenstelsel. Hierover volgt in een later hoofdstuk meer.<sup>47</sup>



Het moederbord van de rekenmachine bestaat uit vier hoofdcomponenten:<sup>48</sup>

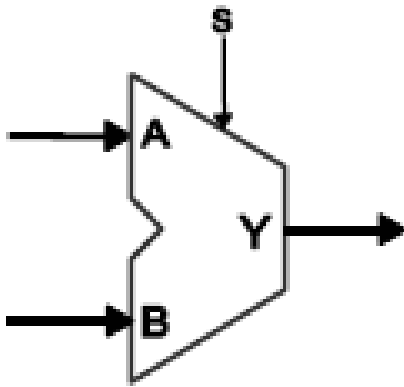
1. De Program Counter (afgekort als PC), dit is een teller die bijhoudt welke instructies uitgevoerd moeten worden.
2. De Instruction Memory, deze slaat alle instructies van de PC op.
3. De Registers, deze slaan alle resultaten en berekeningen op
4. Arithmetic Logic Unit (ALU), de ALU is het hart van de rekenmachine.



<sup>47</sup> <https://nl.wikipedia.org/wiki/Moederbord>

<sup>48</sup> <http://www.niutec.nl/NLT/Digitale%20Techniek-UVA/20uurModuleDigitaleTechniekV2.pdf>

De werking van de ALU ziet er schematisch getekend als volgt uit:



De ALU kan twee getallen van 16 bit bij elkaar optellen door ingang A of het getal op ingang B voor laten gaan. Welke operatie voorgeaat wordt bepaald door ingang S.<sup>49</sup> Het verband tussen S, A en B is weergegeven in de tabel hieronder:

| S   | Operator            | Functie     |
|-----|---------------------|-------------|
| = 0 | + (plus)            | $Y = A + B$ |
| = 1 | B wordt doorgelaten | $Y = B$     |

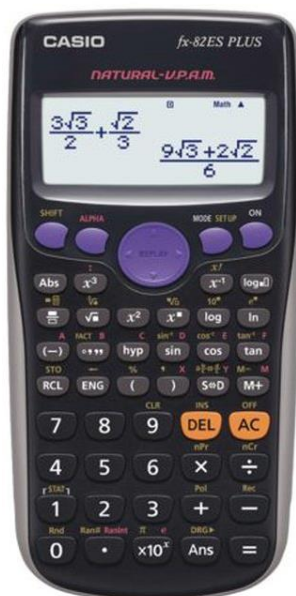
Alles wat de ALU uit komt gaat door naar andere onderdelen in de rekenmachines zoals het display of de knopjes.

---

<sup>49</sup> <https://www.startpagina.nl/v/elektronica/vraag/28125/rekenmachinetje/>

## De toetsen

Het aantal knopjes dat op de rekenmachine bevestigd zit verschilt per rekenmachine. Wel is de werking van de knopjes op alle rekenmachine hetzelfde. De werking van de knopjes van de rekenmachines staan vermeld in de tabel hieronder:<sup>50/51/52/53/54</sup>



| Knop                      | Betekenis                                                  | Voorbeeld                |
|---------------------------|------------------------------------------------------------|--------------------------|
| Abs                       | Absolute value (alles positief)                            | $ 3 - 6  = 3$            |
| $x^3$                     | Derdemacht                                                 | $3^3 = 27$               |
| $x^{-1}$                  | Tot de macht -1                                            | $3^{-1} = \frac{1}{3}$   |
| $\log \square \square$    | Logaritme                                                  | $\log_3(9) = 2$          |
| $\frac{\square}{\square}$ | Breuk                                                      | $\frac{2}{4} = 0,5$      |
| $\sqrt{\square}$          | Wortel (x)                                                 | $\sqrt{9} = 3$           |
| $x^2$                     | x in het kwadraat                                          | $3^2 = 9$                |
| $x^\square$               | tot de macht x                                             | $3^5 = 243$              |
| Log                       | $^{10}\log(x)$                                             | $\log(100) = 2$          |
| In                        | Natuurlijke logaritmen naar grondtal e                     | $\ln 90 = \log_e(90)$    |
| (-)                       | Knop van negatieve waarden                                 | $-6 + 13 = 7$            |
| Hyp                       | Hyperbolische functies                                     | Cosh...                  |
| Sin                       | Sinus                                                      | $\sin(9) = 0,16$         |
| cos                       | Cosinus                                                    | $\cos(9) = 0,99$         |
| tan                       | Tangens                                                    | $\tan(9) = 0,16$         |
| RCL                       | Recall functie                                             |                          |
| ENG                       | Engineering mode                                           | $A \times 10^n$          |
| (                         | Haakje openen                                              | $3(3) = 9$               |
| )                         | Haakje sluiten                                             | $3(3) = 9$               |
| $S \leftrightarrow D$     | Antwoord in significant of in breuk                        | $\frac{1}{4} = 0,25$     |
| M+                        | Om een nummer toe te voegen aan de eerder opgeslagen getal | $M = M + D$              |
| 0 tm 9                    | Rekenwaarden                                               | 012346789                |
| DEL                       | Getal verwijderen                                          | 0000DEL = 000            |
| AC                        | Som verwijderen                                            | 0000AC =                 |
| $\times$                  | Keer                                                       | $3 \times 3 = 9$         |
| $\div$                    | Gedeeld door                                               | $3 \div 3 = 1$           |
| -                         | Min                                                        | $9 - 3 = 6$              |
| +                         | Plus                                                       | $3 + 3 = 6$              |
| .                         | Komma                                                      | 3,3                      |
| $\times 10^x$             | Keer tien tot de macht                                     | $3 \times 10^5 = 300000$ |
| Ans                       | Laatste antwoord                                           | Ans = 300000             |
| =                         | Antwoord                                                   | $3 + 3 = 9$              |

<sup>50</sup> <https://www.calculator.org/CalcHelp/basics.html> Gebruiksaanwijzing fx-82ES PLUS

<sup>51</sup> <https://www.quora.com/What-do-the-MC-M+-M-MU-and-MRC-buttons-on-calculators-do>

<sup>52</sup> [https://nl.m.wikipedia.org/wiki/Hyperbolische\\_functie](https://nl.m.wikipedia.org/wiki/Hyperbolische_functie)

<sup>53</sup> <https://m.youtube.com/watch?v=qqQyWMUvics>

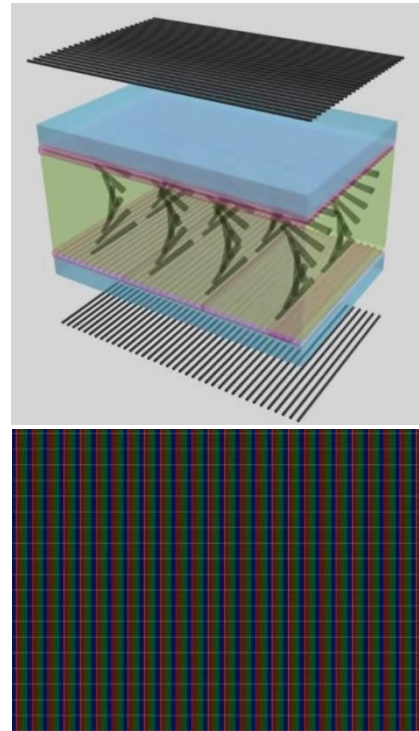
<sup>54</sup> <https://math.stackexchange.com/questions/1472020/calculator-mode-eng-mode-sci-vs-flo-vs-eng>

## Het display

Op de meeste hedendaagse rekenmachines zit een LCD-scherm. Een LCD-scherm, wat staat voor liquid crystal display, is een vrij plat schermpje dat, ten opzichte van andere soorten displays, weinig energie verbruikt. Omdat de LCD-displays een laag verbruik heeft is het uitermate geschikt voor apparaten als de rekenmachine, omdat deze niet vaak opgeladen hoeft te worden.<sup>55</sup>

Een LCD-scherm bestaat uit twee polarisatielagen die ten opzichte van elkaar een kwartslag zijn gedraaid. Tussen de polarisatielagen zitten vloeibare kristallen met moleculen die zo gedraaid zijn zodat ze parallel staan aan de polarisatielagen. Doordat de moleculen een kwartslag gedraaid zitten, zal het licht ook een kwartslag draaien waardoor het tussen beide polarisatielagen door kan. Tussen de moleculen en de polarisatielagen zitten twee glaslagen.

Bij veel oude computers waren deze LDC-panelen nog met het blote oog zien. Deze waren zichtbaar als rode, groene en blauwe puntjes. Elk puntje is zo'n LDC-paneel. Tegenwoordig zijn de LCD-panelen zo klein dat ze niet meer met het blote oog te zien zijn.<sup>56</sup>



## Binaire getallen

Zoals aangegeven staat in 'het moederbord' rekt de rekenmachine niet met de cijfers 1 tot en met 9, maar met het binaire getallenstelsel. Het binaire getallenstelsel bestaat maar uit twee cijfers: 0 en 1. Door de 0 en de 1 in een bepaalde reeks achter elkaar te zetten kunnen bepaalde getallen gevormd worden.<sup>57</sup> Elke 0 of 1 wordt een bit genoemd.<sup>58</sup> Acht bits samen maken een byte. Het omrekenen van een getal naar het binaire getallenstelsel gaat als volgt:

| Getal | $2^x$ | binair                       |
|-------|-------|------------------------------|
| 1     | $2^0$ | ...000000000000000001        |
| 2     | $2^1$ | ...000000000000000010        |
| 4     | $2^2$ | ...0000000000000000100       |
| 8     | $2^3$ | ...00000000000000001000      |
| 16    | $2^4$ | ...000000000000000010000     |
| 32    | $2^5$ | ...0000000000000000100000    |
| 64    | $2^6$ | ...00000000000000001000000   |
| 128   | $2^7$ | ...000000000000000010000000  |
| 256   | $2^8$ | ...0000000000000000100000000 |
| Etc.  | Etc.  | Etc.                         |

<sup>55</sup> [https://nl.wikipedia.org/wiki/Liquid\\_crystal\\_display](https://nl.wikipedia.org/wiki/Liquid_crystal_display)

<sup>56</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=k7xGQKpQAWw>

<sup>57</sup> <https://nl.wikipedia.org/wiki/Binair>

<sup>58</sup> <https://www.beterrekenen.nl/website/index.php?pag=259>

Door het optellen van deze binaire getallen kunnen ook andere getallen gevormd worden.  
Voorbeeld: schrijf het getal 87 als een binair getal

$$87 = 64 + 16 + 4 + 2 + 1 \quad (2^6 + 2^4 + 2^2 + 2^1 + 2^0)$$

$$87 = 000001010111$$

Maar wat doet de rekenmachine nou precies met deze binaire getallen?

Elke 1 of 0 is een bit. In de rekenmachine zitten verschillende componenten die de bits die langs komen tellen. De meetwaarden van deze bit-tellers worden omgezet in een soort taal waarin de rekenmachine programma's maakt om de getallen verder uit te rekenen en zodoende weer te geven op het display. Deze taal wordt ook wel de Assembler code genoemd.<sup>59</sup>

## Assemblercode

Assembler is een programmeertaal die rekenmachines en andere computers gebruiken. Assembler geeft per regel één of meerdere instructies. Er zijn verschillende soorten instructies die via een Assemblercode gegeven kunnen worden:

- Machine-instructies die worden vertaald naar opcodes (een code die aangeeft welke een bewerking uitgevoerd moet worden).<sup>60</sup>
- Assembleraanwijzingen geven opdrachten die een Assembler moet uitvoeren zoals het reserveren van geheugen.
- Macro-aanroepen die ervoor zorgen dat tekstbestanden geopend kunnen worden waarin instructies staan.
- Commentaar dat ervoor zorgt dat de programmeur zijn ideeën toch woordelijk kan noteren.<sup>61</sup>

```
MONITOR FOR 6802 1.4          9-14-80  TSC ASSEMBLER  PAGE   2

C000                ORG     ROM+00000 BEGIN MONITOR
C000 8E 00 70  START  LDS     $STACK

*****
* FUNCTION: INITA - Initialize ACIA
* INPUT: none
* OUTPUT: none
* CALLS: none
* DESTROYS: acc A

0013  RESETA EQU    000010011
0011  CTRLREG EQU    000010001

C003 86 13  INITA  LDA A  $RESETA  RESET ACIA
C005 87 80 04      STA A  ACIA
C008 86 11      LDA A  $CTRLREG  SET 8 BITS AND 2 STOP
C00A 87 80 04      STA A  ACIA

C00D 7E C0 F1      JMP  SIGNON  GO TO START OF MONITOR

*****
* FUNCTION: INCH - Input character
* INPUT: none
* OUTPUT: char in acc A
* DESTROYS: acc A
* CALLS: none
* DESCRIPTION: Gets 1 character from terminal

C010 86 80 04  INCH  LDA A  ACIA      GET STATUS
C013 47      ASR A      SHIFT RDRF FLAG INTO CARRY
C014 24 FA      RRC  INCH  RECEIVE NOT READY
C016 86 80 05      LDA A  ACIA+1  GET CHAR
C019 84 7F      AND A  $07F  MASK PARITY
C01B 7E C0 79      JMP  CATCH  ECHO 4 RTS

*****
* FUNCTION: INHEX - INPUT HEX DIGIT
* INPUT: none
* OUTPUT: Digit in acc A
* CALLS: INCH
* DESTROYS: acc A
* Returns to monitor if not HEX input

C01E 8D F0  INHEX  BSR  INCH  GET A CHAR
C020 81 30      CMP A  #'0  ZERO
C022 2B 11      BMI  HEXERR  NOT HEX
C024 81 39      CMP A  #'9  NINE
C026 2F 0A      BLS  HEXRSTS  GOOD HEX
C028 81 41      CMP A  #'A  NOT HEX
C02A 2B 09      BMI  HEXERR  NOT HEX
C02C 81 46      CMP A  #'F
C02E 2B 05      BMI  HEXERR
C030 80 07      SUB A  #7
C032 84 0F      HEXRSTS AND A  $0F  CONVERT ASCII TO DIGIT
C034 39      RTS

C035 7E C0 AF  HEXERR JMP  CTRL  RETURN TO CONTROL LOOP
```

De instructies in een Assemblerprogramma bestaan bijna altijd uit een instructie en een operand argument voor de instructie.

Een voorbeeld van een Assemblercode is:

```
MOV cx,10          ;plaats (MOVE) de waarde 10 in register CX
hierzo:            ;label
DEC cx             ;trek van register CX het getal 1 af (DECrement)
JNZ hierzo         ;spring (Jump) indien cx nog geen nul (Not Zero) naar label 'hierzo'
```

Dit wil zeggen dat de processor 10 keer dit lusje moet doorlopen en daarna pas verder mag naar een volgende instructie.

<sup>59</sup> <https://www.circuitsonline.net/forum/view/13033>

<sup>60</sup> <https://nl.wikipedia.org/wiki/Opcode>

<sup>61</sup> <https://nl.wikipedia.org/wiki/Assembleertaal>

## Newton-Raphson

Tegenwoordig kunnen de grafische rekenmachines, naast het berekenen van sommen, ook grafieken tekenen. Stel dat je een vergelijking hebt die te moeilijk is om op te lossen. Dan doe je dat van nood maar met calc - intersect van je grafische rekenmachine, of met één of andere computer. De oplossing is dan niet algebraïsch, maar een benadering. Methodes die met een computer zulke goede benaderingen kunnen opsporen heten numerieke methodes. De meest bekende methode is opgesteld door Isaac Newton genaamd 'Newton-Raphson':<sup>62/63/64</sup>

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

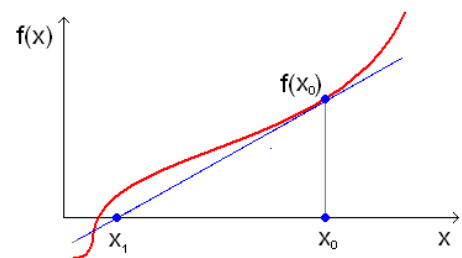
Door middel van deze formule kan je op een willekeurige grafiek een raaklijn tekenen. Des te kleiner het verschil van  $x_{n+1}$  met  $x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$  des te dichter ligt het antwoord bij het snijpunt met de x-as.

Door vanaf het punt waar de raaklijn de grafiek weer snijdt weer een raaklijn te tekenen, kom het antwoord telkens een stukje dichter bij het snijpunt te liggen.

Dus in een formule ziet dat er als volgt uit:

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \rightarrow x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)} \rightarrow x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)}$$

Het nadeel van het berekenen van het snijpunt op deze manier is dat het antwoord nooit 100% nauwkeurig zal zijn. Het antwoord zal wel in de buurt komen maar het zal nooit precies het goede antwoord zijn.



<sup>62</sup> [https://nl.wikipedia.org/wiki/Methode\\_van\\_Newton-Raphson](https://nl.wikipedia.org/wiki/Methode_van_Newton-Raphson)

<sup>63</sup> [https://www.youtube.com/watch?v=PIpiv6gn\\_Ls](https://www.youtube.com/watch?v=PIpiv6gn_Ls)

<sup>64</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=1uN8cBGVpfs>

Voorbeeld:

Nulpuntsbepaling van  $f(x) = \cos(x)$ ; de initiële waarde is  $x_0 = 1$ :

$$x_{n+1} = x_n - \frac{\cos(x_n)}{-\sin(x_n)} = x_n + \cot(x_n)$$

Het gezochte nulpunt is dan  $x = \frac{\pi}{2} = 1,570796327$

Antwoorden:

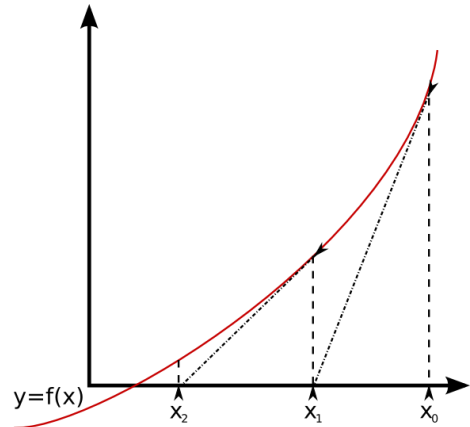
$$x_0 = 1$$

$$x_1 = 1,642\,092\,616 \quad (\text{afwijking: } 7,1 \times 10^{-2})$$

$$x_2 = 1,570\,675\,277 \quad (\text{afwijking: } 1,2 \times 10^{-4})$$

$$x_3 = 1,590\,796\,327 \quad (\text{afwijking: } 5,9 \times 10^{-13})$$

De laatste meting is dus het nauwkeurigst.



Tegenwoordig wordt op scholen een andere manier aangeleerd voor het berekenen van het snijpunt van een grafiek met de x-as. Dit wordt gedaan met de formule:

$$ax + b = 0$$

Het snijpunt op de x-as ligt dan op het punt:  $(\frac{-b}{a}, 0)$

Voorbeeld:

$$2x - 4 = 0$$

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

Snijpunt = (2,0)

of

$$2x - 4 = 0$$

$$x = \frac{- -4}{2}$$

$$x = 2$$

snijpunt = (2,0)

### 3. Hoe zal de rekenmachine er in de toekomst uitzien?

In 1592 is volgens veel mensen de eerste échte rekenmachine uitgevonden. Dit was een erg groot apparaat die mechanisch werkte om sommen uit te rekenen. Vandaag de dag heeft men eigenlijk altijd een rekenmachine op zak. Pak maar je mobiele telefoon uit je broekzak en je hebt al een soort van rekenmachine in je handen. In die 427 jaar is de rekenmachine erg veranderd. Maar wat kunnen we verwachten van de rekenmachines die in de toekomst gemaakt zullen worden?



Bij het zien van een van de nieuwste soort rekenmachines begin je al bijna te denken dat het een soort smartphone is. De TOUCHCAL, zoals deze moderne soort rekenmachines genoemd worden, is ontworpen door Gavin Rea. De TOUCHCAL heeft dezelfde functies als de TI-84. Dit is een grafische rekenmachine die vandaag de dag nog veel gebruikt wordt op bijvoorbeeld middelbare scholen.<sup>65</sup>

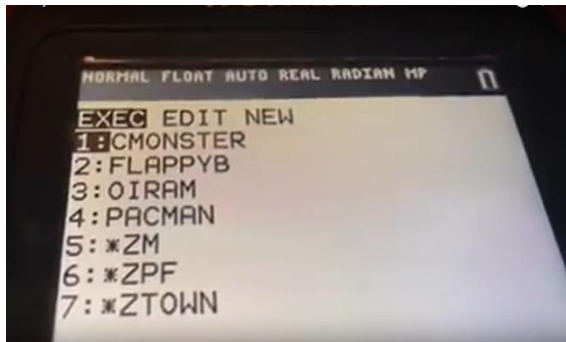


Ook zal het in de toekomst waarschijnlijk mogelijk worden om stem-gestuurde rekenmachines te ontwikkelen.

Tegenwoordig kun je al een lastige berekening op je smartphone aan SIRI (op een smartphone van Apple), Google-assistent of aan een andere spraakgestuurde app op je smartphone vragen om een som op te lossen.

<sup>65</sup> <https://www.want.nl/touchcal-rekenmachine-touchscreen/>

Tegenwoordig worden de rekenmachines al dusdanig doorontwikkeld dat er apps op geïnstalleerd kunnen worden. Zo is het tegenwoordig al mogelijk Flappy Bird, Mario Bros of Pacman te spelen op de grafische rekenmachine.<sup>66</sup>



Toch is het niet met zekerheid te zeggen hoe rekenmachines er verder in de toekomst uit zullen komen te zien. Rekenmachines zijn immers al ontzettend ver doorontwikkeld. Ook is er een grote kans dat er in de toekomst vervangers zullen ontstaan voor de rekenmachine zoals wij deze nu kennen. Zo bestaan er online ook al verschillende varianten van rekenmachines.

---

<sup>66</sup> <https://www.youtube.com/watch?v=cRr6wMplHeg>

## 4. Wat heeft de rekenmachine voor invloed op het onderwijs?

### De invloed van de rekenmachine op het onderwijs in Nederland tussen nu en de jaren 50?

De invoering van de rekenmachine heeft op het gebied van het onderwijs voor een heleboel nieuwe technieken voor het berekenen van wiskundige rekensommen gezorgd. De invoering van de rekenmachine brengt zowel voordelen als nadelen met zich mee.

Door de invoering van de rekenmachine (grafische rekenmachine) is op het gebied van de wiskunde veel veranderd. De sommen kunnen nu een stuk sneller en efficiënter worden uitgerekend. Zo slaat de rekenmachine de gegevens op van de berekeningen. Ook hebben de grafische rekenmachines een groot LCD-scherm waarop de berekeningen duidelijk worden weergegeven. Verder kun je door middel van formules kant en klare tabellen en grafieken maken en heb je alle vrijheid om zelf complexe formules op te stellen en hier een grafiek van laten maken. Een aantal andere voordelen zijn:

- Je kunt ze koppelen met je computer en makkelijk data uitwisselen.
- Sommige soorten rekenmachines hebben een infraroodfunctie waarmee je data kunt uitwisselen met andere gebruikers.<sup>67</sup>

Aan de andere kant zijn er mensen die van mening zijn dat de invoering van de rekenmachine grote gevolgen zal hebben op lange termijn. Zo is uit onderzoek gebleken dat wanneer leerlingen of studenten veel gebruik maken van deze hulpmiddelen, hun rekenbrein minder goed zal functioneren dan wanneer zij berekeningen moeten uitvoeren zonder rekenmachine. Ook is het niet altijd ideaal om een rekenmachine mee te nemen. Hiervoor heeft men een oplossing bedacht. Als men gebruik gaat maken van een online rekenmachine die voor iedereen toegankelijk is, dan kan men ook zonder tastbare rekenmachine berekeningen uitvoeren.<sup>68</sup>

### De grafische rekenmachine online

De ontwikkelingen op het gebied van techniek en softwareontwikkeling gaat in deze huidige maatschappij erg snel. Het is daarom tegenwoordig ook mogelijk om op het internet, gratis, de grafische rekenmachines ter beschikking te hebben die hetzelfde kunnen als een echte grafische rekenmachine. Op veel plekken is draadloos internet aanwezig waar bijvoorbeeld veel studenten op een computer de grafische rekenmachine kunnen gebruiken in plaats van zelf van huis een mee te nemen. Een groot nadeel hiervan is dat je niets kunt opslaan. Dit kan op een normale grafische rekenmachine wel. Tenslotte is het gebruik van een laptop bij toetsing niet toegestaan, waardoor een echte grafische rekenmachine toch nodig zal zijn.

---

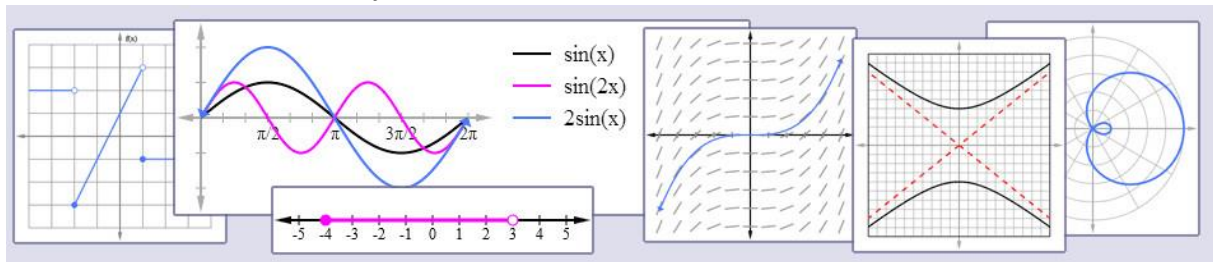
<sup>67</sup> <http://www.info-paleis.nl/ip-school-en-educatie/110-ip-school/143-ip091-voordelen-en-nadelen-grafische-rekenmachine>

<sup>68</sup> <http://www.info-paleis.nl/ip-school-en-educatie/110-ip-school/143-ip091-voordelen-en-nadelen-grafische-rekenmachine>

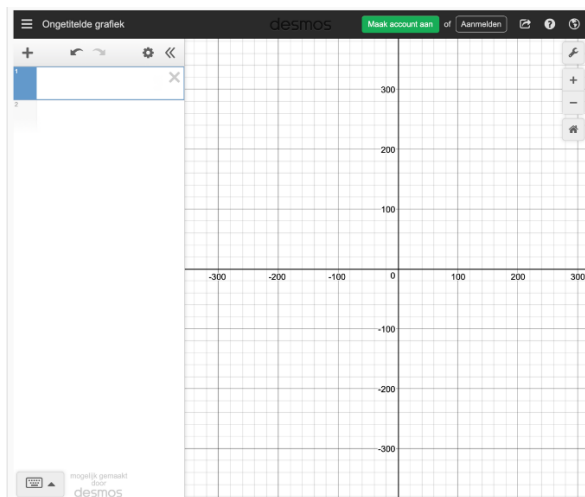
## Toepassingen voor onderwijs

Er zijn al een aantal toepassingen op het gebied van online grafische rekenmachines. Graph Free biedt een mooie oplossing voor een aantal dure grafische rekenmachines en apps. Graph Free is een programma dat voor de meeste leerlingen handig is vanwege de nodige functies die erop zitten. Verder kan het makkelijk zijn om vanuit dit programma digitaal documenten te delen of af te drukken.

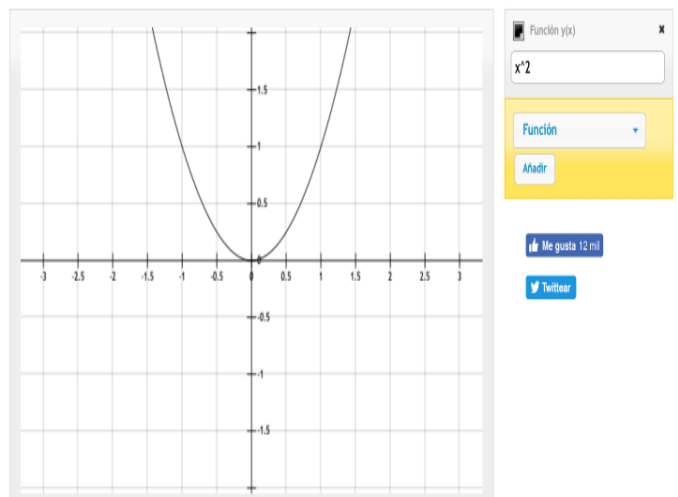
Voorbeelden van de functies zijn:



Dit is niet de enige toepassing van de online rekenmachine. Er bestaan nog een heleboel andere varianten. Een voorbeeld hiervan zijn twee bekende apps van Chrome genaamd Desmos en Flooplot. Deze apps zijn alleen te gebruiken via google Chrome. Desmos en Flooplot zijn apps waarin bijna alle opties van de Grafische rekenmachine te gebruiken zijn. Een andere mogelijkheid is de website graph.tk. De gemaakte grafieken in graph.tk. kun je opslaan als een afbeelding. Het voordeel van dit principe is dat je je documenten en bestanden snel en makkelijk terug kunt vinden. Ook biedt het de mogelijkheid om meerdere afbeeldingen samen te voegen in een grafiek. Dit zal zorgen dat je grafieken aan en uit kunt zetten en niet meer opnieuw in hoeft te voeren. Hieronder volgen twee afbeeldingen hoe de apps Desmos (afbeelding 1) en Flooplot (afbeelding 2) eruitzien.



Afbeelding 1



Afbeelding 2

Het voordeel van het maken van grafieken in Flooplot is dat je in dit programma ook het bereik en verschillende waarden voor de grafiek kunt invullen. Verder werken de beide grafieken hetzelfde.

## Samenvatting

De rekenmachine ziet er dan misschien simpel uit maar achter dat kleine apparaatje zit toch een hele revolutie. Het is nu lastig meer voor te stellen dat sommen berekend zouden worden door het zetten van streepjes op stenen. Doordat men steeds meer alternatieven zocht voor het berekenen van opgaven werden onder andere het telraam en de Bones of Napier uitgevonden. Pas later kwamen de Pascaline, de Z3 en andere rekenmachines die werkten door het drukken of draaien aan knoppen. Door de rekenmachine is het rekenen een stuk makkelijker geworden. Toch staat niet iedereen erbij stil dat de rekenmachine een ontzettend ingewikkeld apparaat op zich is. Aan de binnenkant werken verschillende chips op het moederbord, met als belangrijkste component de Arithmetic Logic Unit, samen om in honderdsten van seconden je sommen te berekenen. Doordat de rekenmachine al erg ver doorontwikkeld is, is het lastig te bedenken hoe de rekenmachine in de toekomst eruit zal komen te zien. Er zijn al wel een aantal verschillende soorten rekenmachines, waaronder de TOUCHCAL, die laten zien dat de rekenmachines nog moderner kunnen worden dan dat ze al zijn. Veel van deze moderne rekenmachines worden nog niet gebruikt binnen het onderwijs maar dat zou binnen enkele jaren zomaar eens kunnen veranderen. Tegenwoordig zijn er namelijk voor onder andere het maken van grafieken geen rekenmachines meer nodig. Online zijn er namelijk ook programma's die evenmin grafieken kunnen tekenen.

## Bijlage

Wij hebben voor ons verslag contact opgenomen met Casio. Dit was voornamelijk omdat op internet erg weinig te vinden is over de toekomst van de rekenmachine. Wij hebben daarom via de site van Casio gevraagd wat zij verwachten van de rekenmachine in de toekomst. Hierop hebben wij de volgende mailwisseling gehad:



van Bekhoven, Jim <jvanbekhoven@casio.nl>  
do 24-1, 11:06  
Stefan Vuijst

Allen beantwoorden

Om uw privacy te beschermen, werd bepaalde inhoud in dit bericht geblokkeerd. Om deze functies opnieuw beschikbaar te stellen, [klikt u hier](#).

Om inhoud van deze afzender altijd weer te geven, [klikt u hier](#).

Hallo Stefan en Sander,  
Van het hoofdkantoor kreeg ik deze mail doorgestuurd. Voor welk vak zijn jullie dit onderzoek aan het doen?

*We are two students from the Netherlands and at school we have to make a paper about a subject we are interested in. We have chosen for subject: 'the calculator'. One of the subtopics we want to tell about in our paper is the future of the calculator. Everyone at our school has a calculator made by Casio and we thought it should be a good idea to ask what Casio themselves thinks that the future calculator will look like and what it would be able to do.*

*we look forward to hearing from you,  
yours faithfully,  
Stefan Vuijst and Sander Huizinga*

Met vriendelijke groet/ Best regards,

Jim van Bekhoven  
Educatief consultant Casio

Werkdagen: donderdag en vrijdag  
(overige dagen docent wiskunde)

Mobile: +31(0)6 553 454 62  
Phone: +31(0)20 545 10 70  
Fax: +31(0)20 545 10 89  
[www.youtube.com/casiocollege](http://www.youtube.com/casiocollege)



Stefan Vuijst <9823@csvwg.eu>  
do 24-1, 11:38

Hallo Jim,

Bedankt voor uw reactie! Wij doen ons onderzoek voor het vak wiskunde. Omdat we het over de rekenmachine doen leek het ons ook erg interessant om te schrijven over wat men in de toekomst verwacht van de rekenmachines. Hierover konden wij helaas online niet zo veel vinden. Wat verwacht u van de rekenmachines in de toekomst?

M.v.g.  
Stefan Vuijst en Sander Huizinga

----- Oorspronkelijk bericht -----  
Van: "van Bekhoven, Jim" <jvanbekhoven@casio.nl>  
Datum: 24-01-19 11:05 (GMT+01:00)  
Aan: 9823@csvwg.eu  
Onderwerp: Toekomst van de rekenmachine

Hier hebben wij vervolgens geen reactie meer op gehad.

## Nawoord

Wij (Sander en Stefan) hebben ontzettend veel geleerd van het maken van dit werkstuk. Wij wisten voordat we aan dit werkstuk begonnen immers niet dat de rekenmachine zo'n uitgebreid onderwerp was. Er zijn namelijk ontzettend veel rekenmachines uitgevonden door de jaren heen die allemaal weer een steentje hebben bijgedragen aan de huidige technologie. Ook dachten wij voordat wij aan dit werkstuk begonnen, dat de werking van de rekenmachine makkelijker zou zijn dan dat deze in werkelijkheid is. Aangezien er maar weinig Nederlandse sites waren die een duidelijk beeld konden schetsen van de werking hebben we hiervoor voornamelijk Engelse sites moeten bezoeken. Als we dan ongeveer begrepen hoe dit werkte was het ook nog eens erg lastig om dit goed te verwoorden. Toch zijn wij van mening dat dit heeft geleid tot een goed resultaat en dat wij de werking toch in grote lijnen duidelijk uit hebben gewerkt. Verder was het erg interessant om de toekomst van de rekenmachines uit te zoeken. Het is mooi om te zien dat de technologie niet stilstaat en dat de rekenmachines steeds moderner worden. Daarnaast zie je ook nog eens dat de rekenmachines steeds meer functies krijgen. Ook hebben wij een mail gestuurd naar het hoofdkantoor van Casio met de vraag van wat zij zelf verwachten van de rekenmachines in de toekomst. Helaas hebben wij hierop geen representatief antwoord gekregen. Tevens hebben we uitgezocht wat voor invloed de rekenmachine op scholen heeft. We hebben zo gemerkt dat er online steeds meer mogelijk is op het gebied van de wiskunde. Zo kan je via verschillende sites al grafieken maken. Wij zijn zelf erg tevreden over de samenwerking met dit verslag. We hebben met z'n tweeën veel contact gehad om te overleggen. Ook hebben we telkens elkaars geschreven stukjes gecontroleerd en aangevuld. Zo hebben we meestal telefonisch thuis met elkaar tijdens het werken aan het verslag aan paar minuten gebeld om goed afspraken te maken en voor elkaar deadlines in te stellen.

